



C :NS22

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2007)
الموضوع

المادة: الرياضيات

3

مدة الانجاز :

7

المعامل :

الشعب (ة) : العلوم التجريبية الأصلية + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول : (3 ن)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلتها هي :
- $$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0$$
- و المستوى (P) الذي معادلته هي :
- $x - y + 2z + 1 = 0$
- .
- 1) بين ان مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ أن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$.
 - 2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .
 - 3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P) .
ب- حدد مثلث إحداثيات ω نقطة تماس (P) و (S) .

1

0,75

0,5

0,75

التمرين الثاني : (3 ن)

- 1) أ- أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3 - 2i)^2$
ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2(4 + i)z + 10 + 20i = 0$
- 2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي : $a = 1 + 3i$ و $b = 7 - i$ و $c = 5 + 9i$.
أ- بين أن : $\frac{c-a}{b-a} = i$
ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية .

0,5

1

0,5

1

التمرين الثالث : (2,5)

- 1) تحقق من ان : $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ لكل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$.
- 2) بين أن : $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$.
- 3) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$.

0,5

1

1

من انجاز : ذ محمد ميسوري

التمرين الرابع : (2,5)

يحتوي كيس على سبع بيد قات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بين البيد قات باللمس).
نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيد قات من الكيس.

لتكن الأحداث التالية :

- A : " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيد قات الثلاثة المسحوبة "
B : " سحب ثلاث بيد قات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى "
C : " مجموع الأعداد المسجلة على البيد قات الثلاثة المسحوبة منعدم "

احسب احتمال كل من الحدثين A و C ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$ 2,5

مسألة : (9 ن)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.
1 احسب $g(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن g تزايدية على $[0, +\infty[$ و تناقصية على $]-\infty, 0]$. 0,75
2 بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من \mathbb{R} (لاحظ أن $g(0) = 0$) ثم استنتج أن $e^{-x} + x \geq 1$ لكل x من \mathbb{R} . 0,5

(II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1 بين أن حيز تعريف الدالة f هو \mathbb{R} (يمكن استعمال نتيجة السؤال (I) 2) . 0,5

2 أ- بين أن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ لكل x من \mathbb{R}^* 0,25

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجةين . 1,5

3 أ- بين أن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل x من \mathbb{R} . 0,75

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 0,5

4 أ- اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . 0,5

ب- تحقق من أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ لكل x من \mathbb{R} ثم ادرس إشارة $x - f(x)$ على \mathbb{R} . 0,75

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته هي : $y = x$. 0,25

5 أنشئ (Δ) و (C) في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$) . 1

(III) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

1 بين بالترجع أن $0 \leq U_n \leq 1$ لكل n من \mathbb{N} 0,5

2 بين أن المتتالية (U_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال (II) 4) . 0,5

3 استنتج أن (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها . 0,75