UNIVERSITE de NANTES

ECOLE DOCTORALE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE
L'INFORMATION ET DES MATERIAUX

Année 2006 N°B.U. : ED 366-271

Thèse de DOCTORAT de l'Université de NANTES

Spécialité : Electronique et Génie Electrique

Présentée et soutenue publiquement par :

My-Ismail LAMGHARI-JAMAL

Ingénieur de l'Ecole polytechnique de l'Université de Nantes

le Mercredi 25 octobre 2006
à l'Université de Nantes, site Gavy Océanis

Modélisation magnéto-thermique et optimisation de machines rapides :
Application à la machine synchrone à réluctance variable

Jury

Président :	M. Daniel ROYE	Professeur à l'INPG, Grenoble
Rapporteurs :	M. Yves BERTIN	Maître de conférence à l'ENSMA (HDR), Poitiers
	M. Farid MEIBODY- TABAR	Professeur à l'ENSEM, Nancy
Examinateurs :	M. Anthelme BEVAND (Invité)	Ingénieur à Electronavale moteurs, Nantes
	M. Javad FOULADGAR	Professeur à l'IUT de St Nazaire, St Nazaire
	M. El Hadi ZAIM	Professeur à Polytech' Nantes, St Nazaire

IREENA, CRTT, Bd de l'Université, BP 406, 44602, ST Nazaire Cedex

Table des matières

Avant propos **6**

Introduction générale **9**

1 Etat de l'Art **12**
1.1 Généralités 12
1.1.1 Historique 13
1.1.1.1 Années 60 13
1.1.1.2 Années 70 13
1.1.1.3 Années 80 13
1.1.1.4 Années 90 et jusqu'à aujourd'hui 14
1.1.2 Applications 14
1.1.3 Contraintes en haute vitesse 15
1.1.3.1 Contraintes mécaniques 15
1.1.3.2 Contrainte thermique 19
1.1.3.3 Contraintes technologiques 20
1.2 Structures utilisées 21
1.2.1 Machine asynchrone 21
1.2.2 Machine synchrone à aimants permanents 23
1.2.2.1 MS à rotor externe 23
1.2.2.2 MS à aimants en surface du rotor 23
1.2.2.3 MS à aimants enterrés 24
1.2.3 Machines à réluctance variable 24
1.2.3.1 Machine à réluctance variable à double saillance 25
1.2.3.2 Machine synchrone à réluctance variable . . 26
1.2.3.3 Machine homopolaire 28
1.3 Conclusion 29

2 Outils Mathématiques **31**
2.1 Modèle magnétique 31
2.1.1 Equations de Maxwell 31
2.1.2 Conditions de passage 33

2.1.3 Comportement des matériaux 34
2.2 Formulation globale 34
2.2.1 Equation au potentiel vecteur 34
2.2.2 Conditions de passage 36
2.2.3 Conditions aux limites 37
2.3 Modèle thermique 37
2.3.1 Modes de propagation de la chaleur 37
2.3.1.1 Conduction 38
2.3.1.2 Convection 38
2.3.1.3 Rayonnement 39
2.3.2 Comportement des matériaux 39
2.3.3 Couplage magnéto-thermique 40
2.4 Alimentation en tension 41
2.4.1 Equation du circuit électrique 41
2.4.2 Couplage avec les équations du champ magnétique . . 42
2.4.3 Inductance de fuite des têtes de bobines 45
2.4.4 Résolution pas à pas dans le temps 47
2.4.4.1 Approximation simple 47
2.4.4.2 Approximation de Crank-Nicholson 49
2.4.5 Non linéarité 50
2.5 Prise en compte du mouvement 52
2.5.1 Remaillage 52
2.5.2 Ligne de glissement 52
2.5.3 Déformation du maillage 53
2.6 Conclusion 53

3 Etude Thermique 56
3.1 Modèles thermiques 56
3.1.1 Réseaux thermiques équivalents 56
3.1.2 Méthode des éléments finis 58
3.2 Approche générale 58
3.3 Paramètres du problème thermique 59
3.3.1 Sources thermiques 60
3.3.1.1 Pertes Joule 60
3.3.1.2 Pertes dans les roulements 61
3.3.1.3 Pertes fer 63
3.3.1.4 Pertes aérodynamiques 71
3.3.2 Conductivité thermique 73
3.3.2.1 Bobinage statorique 74
3.3.2.2 Têtes de bobines 75
3.3.2.3 Tôles statoriques 77
3.3.3 Coefficients d'échange convectif et par rayonnement . 78
3.3.3.1 Carcasse extérieure 78
3.3.3.2 Extrémités du rotor et têtes de bobines . . . 80

3.3.4 Résistances de contact 81
3.3.4.1 Contact entre l'arbre et les roulements à billes 82
3.3.4.2 Contact entre la culasse et la carcasse 83
3.4 Moyennage de la température 83
3.5 Première étude : Machine fermée 85
3.5.1 Modélisation de l'entrefer : modèle conductif 85
3.5.2 Conditions de simulation 86
3.5.3 Résultats de simulation et d'expérimentation 86
3.6 Deuxième étude : Machine ventilée 93
3.6.1 Prise en compte des pertes aérodynamiques 93
3.6.2 Modélisation de l'entrefer : Modèle convectif 94
3.6.2.1 Flux axial 95
3.6.2.2 Flux tangentiel 97
3.6.3 Conditions de simulation 98
3.6.4 Résultats de simulation et d'expérimentation 99
3.7 Conclusion 102

4 Optimisation de Machines Rapides 106
4.1 Objectifs 106
4.2 Méthodologie 107
4.2.1 Approche globale 107
4.2.1.1 Initialisation générale 107
4.2.1.2 Initialisation des paramètres d'optimisation . 107
4.2.1.3 Modèles physiques 107
4.2.1.4 Calcul des performances et des contraintes . 109
4.2.1.5 Algorithme d'optimisation 109
4.2.1.6 Objectif de l'optimisation 109
4.2.1.7 Vitesse de rotation 109
4.3 Application : Comparaison tôles/poudres de fer 110
4.3.1 Influence des variables d'optimisation sur la fonction objectif 110
4.3.1.1 Influence de l'angle du rotor β et du courant sur le couple magnétique 110
4.3.1.2 Influence du rayon du rotor et de l'angle d'ouverture du rotor sur le couple magnétique . . 113
4.3.2 Algorithme d'optimisation : Algorithme génétique . . . 115
4.3.2.1 Description 118
4.3.3 Première optimisation 121
4.3.3.1 Conditions d'optimisation 121
4.3.3.2 Contraintes d'optimisation 126
4.3.3.3 Résultats 126
4.3.4 Deuxième optimisation 133
4.3.4.1 Conditions d'optimisation 134
4.3.4.2 Contraintes d'optimisation 135

4.3.4.3 Résultats 136
4.3.4.4 Discussion des résultats 142
4.4 Conclusion 143

5 Etude Expérimentale 145
5.1 Contexte du travail présenté 145
5.2 Banc d'essais 145
5.2.1 Machines rapides 147
5.2.1.1 Bobinage des machines 147
5.2.1.2 Instrumentation des machines 147
5.2.1.3 Bobines de flux 148
5.2.1.4 Thermocouples 148
5.2.1.5 Refroidissement 148
5.2.1.6 Mesure de la vitesse 148
5.2.2 Machine synchrone à réluctance variable 150
5.2.3 Variateur de vitesse 151
5.3 Etude expérimentale 152
5.3.1 Inductances 152
5.3.2 Pertes mécaniques 154
5.3.2.1 Mesure directe par séparation de puissance . 154
5.3.2.2 Essai de ralentissement 155
5.3.3 Pertes fer 159
5.3.4 Alimentation en tension 161
5.4 Conclusion 162

Conclusion Générale 164

A Méthode des éléments finis 166
A.1 Principe 166
A.2 Fondement mathématique 167
A.3 Discrétisation spatiale 168

B Poudres de fer 170
B.1 Intérêt 170
B.2 Process de fabrication 171
B.2.1 Influence du compactage 172
B.2.2 Influence du traitement thermique 172
B.3 Applications 173

C Validation de l'algorithme génétique sur des fonctions test 175
C.1 Fonction de De Jong 175
C.2 Fonction de De Jong de deuxième type 176
C.3 Fonction de Rastrigin 176
C.4 Comparaison 178

C.5 Conclusion 179

D Caractéristiques des matériaux adoptées pour les modèles thermiques 180

D.1 Modèle conductif 180

D.2 Modèle convectif 181

Avant propos

Tout d'abord je tiens à remercier chaleureusement M. Luc LORON directeur du site St Nazaire de l'IREENA, ainsi que M. René LE DOEUF ancien directeur du GE44 sous lequel a débutée cette thèse, qui m'ont accueilli au sein de leur équipe de recherche.

Que Messieurs El Hadi ZAIM et Javad FOULADGAR qui ont encadré ce travail trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour leurs conseils, leur disponibilité, et leur indéfectible soutien tout au long de ces quatre années de thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à :

- Monsieur Yves BERTIN, Maître de conférences à l'ENSMA, habilité à diriger des recherches, et Monsieur Farid MEIBODY-TABAR, Professeur à l'ENSEM, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté en acceptant d'examiner ce travail, et pour les remarques qu'ils ont apportées,
- Monsieur Daniel ROYE, Professeur à l'INPG, pour avoir accepté de présider ce jury,
- Monsieur Anthelme BEVAND, Ingénieur en recherche et développement à la société Electronavale Moteurs, pour avoir accepté notre invitation.

Je voudrais aussi remercier tout le personnel de l'IREENA, site de St Nazaire, et de l'école polytechnique de l'université de Nantes avec qui j'ai partagé ces années de recherche, voire pour certains les années d'ingénieurat : MM. Dakhouche, Benkhoris, Ait Ahmed, Le Claire, Machmoum, Moreau, Justeau, Delfieu, mais aussi Didier Trichet et Nicolas Bernard.

Mes remerciements s'adressent en particulier à Luc avec qui j'ai partagé de nombreux tournois d'échecs, et quelques coupes, à Cédric pour de longues discussions à propos d'optimisation. Je remercie également l'ensemble des thésards : Anthony, Etienne, Youcef, Mourad, Salvy, Manu, Samir, Madani,

Zouheir, Tarik, Rachid, Vinciane, Mehdi, Lamya, Vincent, Jean Christophe, Jérôme, Nicolas, ... et j'en oublie sûrement.

Une pensée particulière à nos charmantes secrétaires Christine et Françoise, ainsi que nos valeureux techniciens Yann et Franck.

Je voudrais enfin remercier mes parents, mes frères et ma famille qui n'ont cessé de me soutenir et supporter mes absences et mes oublis. Je voudrais enfin remercier mon épouse Houda de son soutien indéfectible et sa formidable présence.

”Il faut apprendre à naviguer dans un océan d’incertitudes à travers des archipels de certitude.” Edgar MORIN

Introduction Générale

La compacité des machines rapides est un atout considérable pour les sources d'énergie embarquées. Ces machines rapides sont également utilisées pour obtenir de meilleures performances dans des applications spécifiques comme l'usinage à haute vitesse, le stockage d'énergie, ou dans les turbo-compresseurs [29, 76, 38].

Elles connaissent aujourd'hui un essor sans précédent grâce à de nouvelles avancées dans plusieurs domaines :

- développement de l'électronique de commande et de l'électronique de puissance, et diminution des coûts,
- amélioration des performances des matériaux pour l'électrotechnique (aimants permanents, poudres de fer),
- développement de roulements fonctionnant à haute vitesse de rotation, et augmentation de leurs fiabilité, ainsi que l'utilisation de plus en plus de paliers magnétiques,
- développement des outils de simulation numérique et de conception assistée par ordinateur (CAO).

Les machines rapides cumulent des difficultés d'ordre électromagnétique, mécanique et thermique. Outre les contraintes technologiques relatives à la rotation en haute vitesse (roulements, frettage du rotor), les matériaux mis en oeuvre doivent offrir une bonne résistance aux forces centrifuges, ainsi qu'aux échauffements considérablement augmentés par rapport aux machines conventionnelles.

Plusieurs types de machines sont candidats à l'entraînement en haute vitesse. Les machines à courant continu utilisées au début, ont été abandonnées à cause des pertes considérables au collecteur [26]. Les machines synchrones à aimants permanents [53, 71, 36] et les machines asynchrones [44, 14, 8, 46] sont expérimentées, mais elles souffrent de la fragilité du rotor et des risques de désaimantation pour les premières, et des pertes au rotor pour les secondes.

Le choix de la machine synchrone à réluctance variable a été dicté par les raisons suivantes :

- son rotor massif supporte mieux les contraintes mécaniques,
- ses pertes au rotor sont faibles,
- son coût de construction est très raisonnable,
- son alimentation est simple : commande vectorielle classique.

Beaucoup de travaux ont été réalisés sur le calcul des performances magnétiques des machines synchrones à réluctance variable, ainsi que la commande de ces machines [73, 20, 28, 3]. Cependant, peu de travaux ont été effectués sur le couplage magnéto-thermique, notamment en grande vitesse de rotation [39].

Notre objectif dans ce manuscrit est de contribuer au calcul de l'échauffement de ces machines, et à leur optimisation par l'utilisation au stator de différents matériaux comme les poudres de fer.

Ce manuscrit s'articule autour de cinq chapitres décrits ci-dessous.

Le premier chapitre fait le point sur l'entraînement à haute vitesse de rotation. Après avoir évoqué l'historique des machines rapides, il décrit les contraintes liées aux hautes vitesses. Il présente ensuite des exemples de réalisation de prototypes en laboratoire de recherche et en industrie pour différents types de machines (synchrones à aimants permanents, asynchrones, ...), et particulièrement des machines synchrones à réluctance variable.

Le deuxième chapitre met en place les outils mathématiques utilisés dans la suite du travail. En particulier, nous y abordons les équations de l'électromagnétisme et de la thermique, ainsi que les besoins particuliers à notre étude comme la méthode des éléments finis et la prise en compte du mouvement du rotor.

Le troisième chapitre s'attaque à l'étude magnéto-thermique d'une machine synchrone à réluctance variable (MSRV) rapide dans deux conditions de fonctionnement : machine fermée et machine ventilée. Nous considérons deux modèles de l'entrefer : un modèle conductif classique et un autre tenant compte de l'échange convectif dans l'entrefer. Ces deux modèles sont confrontés aux mesures.

Le quatrième chapitre propose une méthodologie d'optimisation en vue de comparer deux machines à stator en tôles et en poudre de fer, pour différentes vitesses de rotation. A l'aide d'un algorithme génétique, nous nous intéressons à optimiser la géométrie et le courant de ces deux MSRV, afin d'explorer le potentiel des poudres de fer en haute vitesse.

Le cinquième et dernier chapitre présente notre banc d'essais. Il décrit la procédure d'identification des inductances, ainsi que la méthode de mesure des pertes aérodynamiques et des pertes fer de la machine de test. Il propose aussi une confrontation des résultats de simulation par éléments finis aux mesures.

Chapitre 1

Etat de l'Art

1.1 Généralités

La notion de machine rapide ne signifie pas obligatoirement une rotation à grande vitesse. En effet, le critère retenu pour qualifier de rapide une machine électrique n'est pas la vitesse angulaire du rotor, mais la vitesse d'un point situé à la périphérie de ce dernier. Si $\boldsymbol{R}$ est le rayon du rotor de la machine, ces deux vitesses sont liées par la relation :

$$v = R.\omega \tag{1.1}$$

avec

v : vitesse périphérique du rotor,
ω : vitesse angulaire de la machine.

Dans les machines de moyenne puissance, où le rotor est constitué de tôles feuilletées, la vitesse périphérique maximale admissible pour des raisons mécaniques, se situe aux alentours de 120 m/s. Cette limite peut être repoussée, pour certaines applications, jusqu'à 150 m/s par l'utilisation de quelques artifices de construction, comme une frette ou des tirants longitudinaux. Cette vitesse de 120 m/s est considérée usuellement dans l'industrie, comme la limite entre les machines classiques et les machines rapides [81, 26, 56]. Ainsi, *une machine est dite rapide, quand sa vitesse périphérique se situe au-dessus de 120 m/s.*

Cet intérêt des industriels et des universitaires s'explique par les qualités intrinsèques des machines rapides, dont on peut citer :

- la compacité, puisqu' à volume constant, l'augmentation de la fréquence d'alimentation permet d'augmenter la puissance de la machine. De ce point de vue, les alternateurs rapides, entraînés par une turbine à gaz,

sont appelés à jouer un rôle très important comme source d'énergie embarquée [29],

– l'obtention de meilleures performances dans des applications spécifiques à haute vitesse, c'est le cas de l'usinage à très grande vitesse de rotation par exemple, où on obtient des gains en productivité, et des produits finis plus performants [76]. Une autre application intéressante est le volant d'inertie dans le domaine automobile, utilisé en récupération d'énergie pendant la phase de décélération d'une voiture [38]. On peut citer enfin, les turbo-compresseurs qui nécessitent une vitesse de rotation élevée afin de fonctionner avec un bon rendement.

1.1.1 Historique

Le développement des machines rapides est assez récent [26], et les premières prémices remontent aux années soixante.

1.1.1.1 Années 60

La technologie utilisée est celle des machines à courant continu avec quelques renforcements mécaniques, afin de supporter les grandes forces centrifuges. La traction de véhicules militaires, et la propulsion de torpilles sont les quelques applications de ces entraînements à grande vitesse [26]. Cependant, des limitations importantes subsistaient, liées souvent à l'électronique de commande et de puissance.

1.1.1.2 Années 70

L'évolution de l'électronique de puissance permet la réalisation de convertisseurs statiques à fréquence élevée. En conséquence, les machines à courant continu sont remplacées par les machines à courant alternatif pour les applications à grande vitesse. Ce changement met fin aux problèmes mécaniques et électriques que posait le collecteur des machines à courant continu (frottement des balais et difficultés liées à la commutation). Ces machines rapides à courant alternatif sont d'abord des machines synchrones [26]. Plusieurs types de machines, comme les machines homopolaires, sont développées dans les laboratoires de recherche, et les premiers turbo-moteurs apparaissent au niveau industriel pour assurer l'entraînement direct de compresseurs.

1.1.1.3 Années 80

Le spectaculaire développement de la technologie des aimants durant cette période amène de nouvelles machines synchrones, dites à aimants permanents, et permet d'augmenter encore plus la vitesse de rotation des ma-

chines. Par ailleurs, le développement des machines asynchrones s'accentue grâce à l'apparition de nouveaux composants, comme les transistors GTO et les transistors de puissance. Certaines machines à rotor massif ou à conducteurs dans l'entrefer sont construites, et prouvent l'intérêt de l'utilisation de l'entraînement asynchrone [55, 15, 58].

1.1.1.4 Années 90 et jusqu'à aujourd'hui

Un autre pas est franchis par le début d'utilisation de roulements magnétiques: Hertel et Hoffman développent l'étude de paliers magnétiques pour un soutien radial et axial, et présentent des mesures à 6 000tr/min [35], Antila étudie la modélisation et la commande de paliers magnétiques avec prise en compte de la saturation magnétique, et propose des résultats expérimentaux pour des fréquences allant jusqu'à 1 000Hz [4]. De plus, le développement de la puissance de calcul des ordinateurs qui a décuplée pendant les 10 dernières années, a grandement favorisé l'étude fine des machines électriques par des modèles en éléments finis 2D, et 3D [24, 14, 53], aussi bien pour l'étude électromagnétique que l'étude thermique. Durant cette décade, presque tous les types de machines électriques ont été testés avec plus ou moins de succès. On trouvera à côté des traditionnelles machines synchrones et asynchrones, les machines à réluctance variable synchrones et commutées, et même des machines à griffes. Des exemples de construction seront énoncés dans les paragraphes suivants.

1.1.2 Applications

Les applications des machines rapides sont d'autant plus variées qu'il s'agit de petites, moyennes, ou grandes puissances. Pour les petites et moyennes puissances, on peut citer les applications suivantes [26, 56] :

- entraînement de broches de machines-outils (à 5kW-180 000tr/min [71]),
- compresseurs d'air (131kW, 70 000tr/min) [9],
- pompes à vide et turbo-pompes moléculaires,
- systèmes de récupérations inertiels (30kW-100 000tr/min) [73],
- séparateurs centrifuges,
- génération d'électricité à l'aide de turbines à gaz (110kW-70 000tr/min) [1],
- groupes électrogènes embarqués (aéronautique, véhicules militaires, voiture électrique ...).

Concernant les grandes puissances, les applications phares sont :

- l'entraînement de pompes de centrales électriques ($P = 2 - 15MW$, $\Omega < 6\ 000tr/min$),

- l'entraînements de pompes dans l'industrie chimique ($P < 6MW$, $\Omega < 6500tr/min$) [63],
- l'entraînement de compresseurs dans l'industrie pétrochimique ($P = 2 - 20MW$, $\Omega < 6\ 500tr/min$) [70, 63].

Ainsi, de nos jours, les machines rapides embrassent un spectre assez large de vitesses de rotation allant de 3600tr/min à 200 000tr/min, et des puissances allant de quelques kilowatts à quelques mégawatts. En 1995, Rama rapporte l'existence de plus de 120 installations de systèmes électriques rapides dans le monde entier, totalisant une puissance de 14.7 GW, avec une part significative des machines synchrones à aimants permanents, et des machines asynchrones [63].

1.1.3 Contraintes en haute vitesse

Les machines rapides sont soumises à des limitations et à des contraintes dont il faut tenir compte lors de la conception. En effet, les limites usuelles mécaniques, thermiques, électromagnétiques, et technologiques sont atteintes, et il faut imaginer de nouvelles structures et de nouvelles solutions technologiques. Nous abordons dans cette partie les contraintes les plus importantes.

1.1.3.1 Contraintes mécaniques

a Vitesse limite Le rotor d'une machine tournante est soumis à une contrainte radiale dûe à la force centrifuge. Cette contrainte est d'autant plus importante que la vitesse de rotation est grande. Elle dépend du rayon du rotor et de la vitesse de rotation, et elle peut être exprimée ainsi [18, 67]:

$$\sigma = k.\rho.R_r^2.\omega^2 \qquad [\frac{N}{mm^2}] \tag{1.2}$$

avec

ρ : masse volumique du rotor $[\frac{kg}{m^3}]$,
R_r : rayon du rotor $[m]$,
ω: pulsation de rotation du rotor $[s^{-1}]$,
k : coefficient qui dépend de la forme de la section du rotor et du coefficient de Poisson ν. Il vaut 1 pour un cylindre mince, et pour un cylindre plein, il est donné par l'expression suivante [67, 76, 50] :

$$k = \frac{3+\nu}{8} \tag{1.3}$$

avec

ν : coefficient de Poisson du matériau [sans unité], qui représente l'aptitude du matériau à se comprimer et traduit le rapport entre l'allongement relatif transversal et l'allongement relatif longitudinal; il est toujours

inférieur ou égal à 1/2, (=1/2 pour un matériau parfaitement incompressible).

On constate d'après la formule 1.2 que pour atteindre des vitesses élevées, il faut réduire le rayon rotorique de la machine, car on est limité par la contrainte maximale admissible par les matériaux du rotor.
Le tableau 1.1 donne quelques ordres de grandeurs pour les matériaux usuels :

Matériaux	Contrainte limite $\sigma_{lim}(\frac{N}{mm^2})$
Acier doux	400
Acier forgé	750
Acier haute résistance	1150
Cuivre	210
Aluminium	200

TAB. 1.1 – *Contraintes maximales pour quelques matériaux usuels*

La contrainte liée aux forces centrifuges ne peut donc dépasser la contrainte maximale du matériau du rotor. Une vitesse périphérique maximale est ainsi définie :

$$\sigma = k.\rho.R_r^2.\omega^2 < \sigma_{lim} \tag{1.4}$$

$$R_r.\omega < \sqrt{\frac{\sigma_{lim}}{k.\rho}} \tag{1.5}$$

$$V_{max} < \sqrt{\frac{\sigma_{lim}}{k.\rho}} \tag{1.6}$$

Il est à souligner que cette vitesse critique est une limite de rupture du rotor, et par suite une limite de destruction de la machine, avec notamment à ces vitesses de rotation importantes des risques pour les personnes et le matériel. En général, un coefficient de majoration allant jusqu'à 5 est introduit afin de respecter une marge de sécurité.

b Résonance mécanique La longueur maximale de la machine est limitée par le comportement en vibration du rotor. En effet, de part sa construction et ses dimensions, chaque rotor possède ses fréquences mécaniques propres. Entraîné en rotation à proximité de ces fréquences, le rotor entre en résonance et l'amplitude des vibrations croît de plus en plus avec un risque

de destruction de la machine.

Pour des formes simples de rotor (rotor cylindrique plein par exemple), des approximations analytiques ont été publiées. Cependant, dès que l'on désire prendre en compte les barreaux d'un rotor à cage d'écureuil, ou un rotor à pans coupés, le problème devient plus complexe.

Nous citons le modèle de Viggiano et Schweitzer [75] qui donne une estimation de la pulsation critique pour un rotor feuilleté :

$$\omega_c = \sqrt{\left(\frac{d_r}{D_r}\right)^4 \cdot \frac{3ED_r^2}{\rho L_r^4}} \tag{1.7}$$

avec

E : module de Young $[Pa]$,
L_r : longueur du rotor,
D_r : diamètre extérieur du rotor,
d_r : diamètre intérieur du rotor,
ρ : masse volumique du rotor.

Une autre expression de la pulsation critique est donnée par [78, 81] :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{96}{5}\frac{E}{\rho}\frac{k_a.R_r}{k_p^2.L^2}} \tag{1.8}$$

avec

k_a : coefficient géométrique égal au rapport du diamètre de l'arbre sur celui du rotor, $k_a = \frac{d_a}{D_a}$ (figure 1.1),

k_p : coefficient géométrique égal au rapport de la longueur entre appuis du rotor sur la longueur du rotor, $k_p = \frac{L_p}{L}$,

k_{fr} : coefficient de concentration de contrainte qui dépend du rapport du rayon intérieur sur le rayon extérieur du rotor, il est positif et inférieur à 1 [81].

A partir des deux expressions précédentes, on note que les valeurs des fréquences propres sont inversement proportionnelles au carré de la longueur du rotor. Une augmentation de la longueur du rotor a pour conséquence de rapprocher les pulsations propres vers les faibles pulsations, et par conséquent de limiter la vitesse de rotation maximale de la machine.
Ce problème de résonance est intrinsèque aux hautes vitesses de rotation, car à part les turbo-alternateurs, les machines conventionnelles tournant à 3 000tr/min, atteignent rarement la première fréquence propre du rotor. Ces

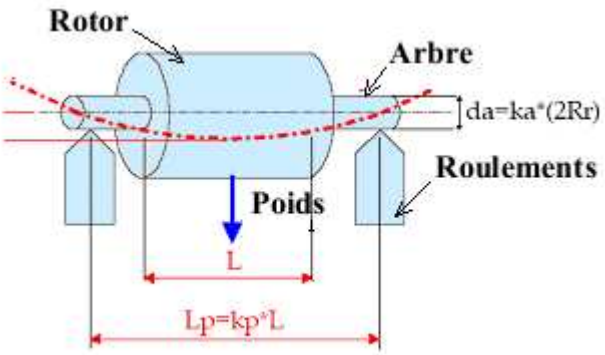

FIG. 1.1 – *Paramètres de la vitesse critique*

fréquences propres sont généralement obtenues par des modèles en éléments finis.

c Pertes aérodynamiques Pour des vitesses périphériques élevées, les pertes aérodynamiques dans l'entrefer deviennent importantes. Ces pertes résultent du frottement des particules de gaz de l'entrefer sur le rotor.

Si ces pertes restent modérées pour les vitesses habituelles (elles sont alors proportionnelles à la vitesse de rotation), elles croissent rapidement en grandes vitesses de rotation, à cause des turbulences dans l'entrefer, pour devenir approximativement proportionnelles au cube de la vitesse de rotation [31].
Ces pertes sont difficiles à calculer avec précision, car elles font intervenir plusieurs phénomènes délicats à modéliser (régime turbulent, vortex de Taylor,. . .). En revanche, on dispose de modèles semi empiriques qui s'appuient sur une multitude de mesures expérimentales pour différents types d'écoulements, et différentes géométries.
L'expression des pertes aérodynamiques d'un arbre rigide tournant à la vitesse ω, peut être approximée comme suit [31] :

$$P_{aero} = k_f.C_f.\rho.\pi.\omega^3.R_r^4 \tag{1.9}$$

avec

k_f : coefficient de rugosité de la surface du rotor, qui modélise l'état de surface du rotor. Il est égal à 1 pour une surface du rotor lisse, et supérieur à 1 par ailleurs,

C_f : coefficient de frottement qui regroupe plusieurs informations : la vitesse de rotation du rotor, la forme du rotor, la nature de

l'écoulement, et les paramètres de l'écoulement (vitesse et propriétés du gaz considéré).

La formule 1.9 permet de prendre en compte d'autres formes de rotor (par exemple un rotor rainuré, ou avec barres de court-circuit, ...), seul le calcul de C_f change [66, 1]. Le coefficient C_f est commode à utiliser mais il n'est pas facile à calculer. Il découle du nombre de Reynolds et de corrélations expérimentales. L'expression 1.9 met en évidence la sensibilité des pertes aérodynamiques à la vitesse de rotation. *Ceci explique la limitation de vitesse à cause des pertes aérodynamiques qui deviennent considérables en haute vitesse, pénalisant ainsi le rendement de la machine électrique.*

Une dernière remarque concerne la dépendance des pertes aérodynamiques par rapport au rayon du rotor et sa longueur. La formule 1.9 semble, en effet, favoriser un long rotor à faible diamètre. Cependant, ceci est incompatible avec le problème de fréquences de résonance évoqué en 1.1.3.1 b, et donc, un compromis entre longueur et rayon du rotor est à trouver.

Nous développerons le calcul des pertes aérodynamiques pour la machine d'essais dans le chapitre 3.

1.1.3.2 Contrainte thermique

Cette limitation est cruciale pour les machines rapides, car si la puissance volumique croît avec la vitesse, il en est de même pour les pertes fer et surtout pour les pertes aérodynamiques qui deviennent prépondérantes pour les très grandes vitesses (voir équation 1.9).

Ces pertes excessives peuvent endommager certaines parties des machines électriques telles que les aimants et les isolants électriques. Elles peuvent réduire ainsi le rendement et la durée de vie de la machine.

Si nous admettons une répartition homogène de la température dans le stator de la machine, et si nous supposons que tous les échanges de chaleur avec l'extérieur se font par convection sur la carcasse de la machine, l'échauffement s'exprime alors par :

$$\Delta\theta = \frac{Pertes}{h.S_m} \tag{1.10}$$

avec

$Pertes$: somme des pertes Joule, des pertes fer, et des pertes mécaniques,

h : coefficient d'échange convectif $[\frac{W}{m^2.K}]$,

S_m : surface de la carcasse extérieure $[m^2]$.

Cette expression montre que pour évacuer la chaleur, il faut augmenter h et S_m. Différentes techniques sont utilisées :

- le stator est muni d'ailettes,
- le stator peut être doté d'un circuit de tubes faisant circuler de l'air, ou de l'eau, afin d'évacuer les pertes par conduction,
- pour certaines applications de pompage de gaz sous pression, il est possible d'immerger complètement le moteur dans un gaz, ayant un coefficient d'échange convectif supérieur à celui de l'air, comme c'est le cas du méthane ou du fréon.

1.1.3.3 Contraintes technologiques

Elles concernent la construction des machines électriques à haute vitesse. En effet, à des vitesses élevées, toutes les parties tournantes sont soumises à des forces centrifuges considérables et les pièces mécaniques sont plus sollicitées que pour les vitesses usuelles. De nouveaux problèmes technologiques sont donc à considérer lors de conception de machines rapides.

a Paliers magnétiques Les paliers classiques à roulements, utilisés dans les machines tournantes, ne sont pas adaptés aux grandes vitesses, car ils génèrent des pertes mécaniques considérables [18]. De plus, pour de grandes vitesses de rotation, un système de lubrification élaboré est indispensable (système à bain d'huile où l'arbre est suspendu dans un mince film d'huile). Les paliers magnétiques permettent de résoudre ces problèmes en assurant une rotation sans contact, et donc, en minimisant les pertes dans les paliers. Ils apportent en plus, la possibilité de commander aisément la suspension du rotor. Ce degré de liberté supplémentaire permet par exemple, par une commande appropriée, d'atteindre et de passer la première et la deuxième fréquence de résonance mécanique de la machine.

Plusieurs auteurs ont expérimenté avec succès, les paliers magnétiques pour des applications en haute vitesse de rotation. Citons par exemple, Hertel qui a fait l'étude et l'expérimentation de paliers magnétiques pour une machine à réluctance variable tournant à 6 000tr/min [35]. Lantto a expérimenté plusieurs schémas de commande robuste des paliers magnétiques pour un compresseur de 250kW, 32 000tr/min [49].

En conclusion, malgré leur coût relativement élevé, les paliers magnétiques sont aujourd'hui incontournables pour les applications aliant hautes performances, haut rendement, et longue durée de vie. De plus, ils commencent à représenter un sérieux concurrent pour les roulements classiques pour les moyennes puissances.

b Frettage du rotor Une autre contrainte technologique concerne la construction du rotor. En effet, suite au développement considérable des

aimants permanents, et de l'amélioration croissante des performances des machines "brushless" (sans collecteur), les machines à aimants permanents présentent une part non négligeable du parc international des machines rapides [29, 1, 9, 71].

Ces machines utilisent des aimants permanents principalement au rotor. Ces derniers sont collés à la surface du rotor, ou *enterrés* dans le rotor. Dans les deux cas, la structure mécanique du rotor est fragilisée en haute vitesse de rotation, et elle a besoin d'être renforcée.

Pour les machines à aimants en surface, la solution est l'utilisation de frette pour le rotor permettant la tenue mécanique des aimants vis-à-vis des forces centrifuges.

La frette est généralement faite de fibre de carbone, de fibre de verre, ou de *titanium alloy TA6V* [29], car ces matériaux disposent d'une bonne résistance aux contraintes en traction.

Takahashi [71] propose une étude comparative de différents types de frette pour une machine synchrone à aimants permanents d'une puissance de 5kW, et tournant à 180 000tr/min. Il montre que pour des frettes conductrices fines, la réduction des pertes aérodynamiques compense les pertes par courants induits dans ces frettes. Les pertes globales de la machine de test sont égales à celles d'une machine sans frette, et ceci jusqu'à une vitesse de rotation de 100 000tr/min. L'avantage dans ce cas, est le renforcement de la structure du rotor qui permet d'atteindre des vitesses supérieures sans risque d'éclatement.

1.2 Structures utilisées

Plusieurs structures sont envisageables pour les hautes vitesses de rotation. Seules les machines à courant continu (MCC) ne sont pas compatibles, car le collecteur qui handicape la machine à courant continu déjà en faible vitesse, la pénalise irrémédiablement en grande vitesse (arc électrique de court-circuit, usure importante).

Nous citerons ci-près des exemples de machines expérimentées avec succès en haute vitesse.

1.2.1 Machine asynchrone

La machine asynchrone rapide peut avoir des rotors de construction différente. Il peut être massif, rainuré, où massif avec une couche superficielle spéciale [44, 79].

Lorsque le rotor est massif, les pertes dans le rotor sont importantes et le facteur de puissance est faible. Les courants induits circulent sous l'effet de peau dans une couche étroite à la surface du rotor, augmentant ainsi la résistance du rotor et par suite diminuant les performances de la machine.

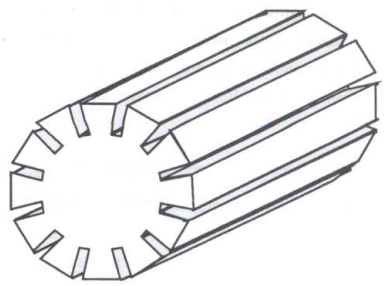

FIG. 1.2 – *Machine asynchrone à rotor massif rainuré*

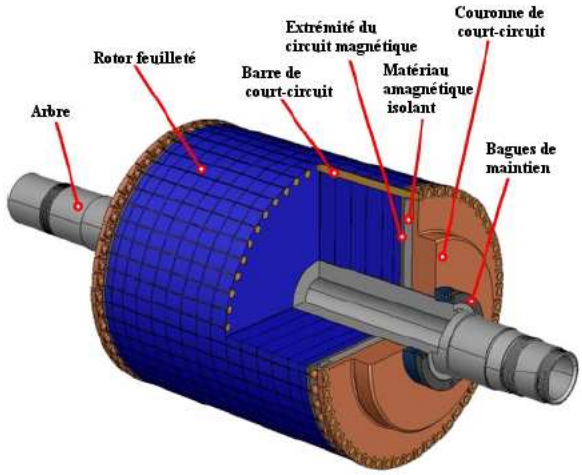

FIG. 1.3 – *Machine asynchrone à cage*

On diminue ce phénomène en introduisant des rainures longitudinales au rotor, comme le montre la figure 1.2.

Enfin, la machine asynchrone classique à cage peut aussi être envisagée pour les hautes vitesses et les grandes puissances, comme le montre les travaux décrits dans [14, 8, 46].

Dans la référence [14], Caprio développe l'étude thermique et mécanique d'une telle structure pour une vitesse de rotation de 15 000tr/min et une puissance de 2MW (figure 1.3). Il étudie particulièrement les contraintes sur les barres du rotor (flambage des barres et risque d'éclatement du rotor).

Badraway [8] présente l'application d'un moteur asynchrone rapide pour un entraînement direct de broche d'usinage, avec une puissance de 30kW, et une vitesse maximale de 24 000tr/min. Enfin, Lahteenmaki [46] présente une application de la machine asynchrone aux compresseurs, avec les caractéristiques suivantes : 60 000tr/min, 60kW.

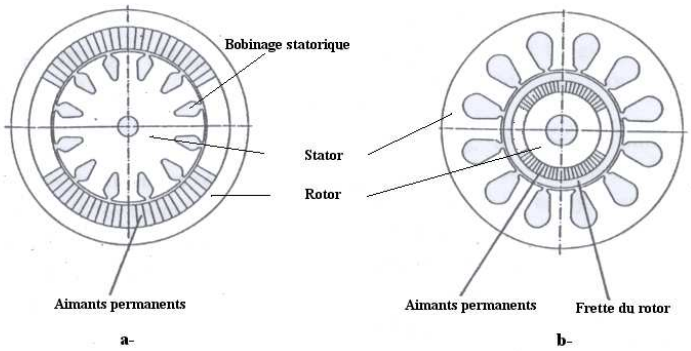

FIG. 1.4 – *Machine synchrone à aimants permanents en surface*

1.2.2 Machine synchrone à aimants permanents

La machine à aimants permanents rapide peut être attractive pour différentes raisons :

- elle dispose de la meilleure puissance massique parmi toutes les machines électriques,
- son rendement est supérieur à 90%,
- elle permet de s'affranchir du problème d'alimentation de l'excitation au rotor (construction complexe et pertes supplémentaires).

Néanmoins, deux raisons limitent son application pour les hautes vitesses :

- son rotor en plusieurs éléments (circuit magnétique, aimants, ...) la fragilise du point de vue mécanique,
- les pertes au rotor peuvent entraîner la démagnétisation des aimants (dépassement de la température maximale tolérée).

Plusieurs formes de rotor et de stator, sont possibles pour les machines rapides :

1.2.2.1 MS à rotor externe

La figure 1.4-a représente une construction dite inverse; c'est une machine inversée où le rotor est à l'extérieur, et le stator est à l'intérieur de la machine. Les aimants permanents sont déposés sur la paroi intérieure du rotor. Dans ce cas, c'est le corps même du rotor qui joue le rôle de frette.

1.2.2.2 MS à aimants en surface du rotor

Dans la figure 1.4-b, les aimants permanents sont collés sur l'arbre magnétique, et une frette amagnétique renforce le rotor contre les forces centrifuges [29]. Ce rotor est certes plus fragile qu'un rotor massif, néanmoins le développement

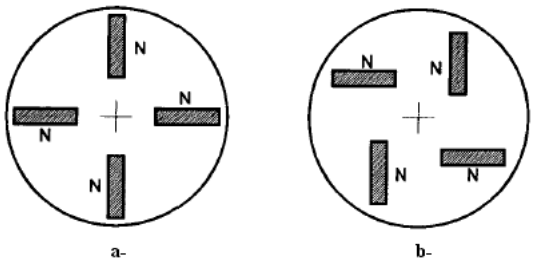

FIG. 1.5 – *Machine synchrone à aimants permanents enterrés*

de frette [53, 71] promet des perspectives intéressantes pour cette typologie de machines rapides.

1.2.2.3 MS à aimants enterrés

Dans ces dernières constructions, les aimants sont *enterrés* dans le corps du rotor. La figure 1.5-a montre un premier exemple utilisant la technique de concentration de flux. C'est une machine à deux paires de pôles, utilisant des aimants rectangulaires. Le changement de position des aimants dans la construction en figure 1.5-b, permet de prendre en compte les contraintes des forces centrifuges, et le rotor est ainsi plus résistant mécaniquement [36].

Plusieurs applications ont été développées utilisant les machines à aimants permanents. On peut citer Gieras [29] qui a construit une machine à 2 paires de pôles, d'une puissance de 90kW, et tournant à 27 000tr/min, pour une application de micro-turbine à gaz. Un moteur à aimants permanents pour la propulsion de véhicule hybride a été étudié par lindström [53], pour une puissance de 50kW, et une vitesse allant jusqu'à 12 000tr/min. Enfin, nous disposons dans notre laboratoire de recherche IREENA, d'un banc d'essais de machines rapides incluant une machine à aimants permanents, tournant à une vitesse de 20 000tr/min, pour une puissance de 20kW. Ce banc d'essais sera décrit dans le chapitre 5.

1.2.3 Machines à réluctance variable

Historiquement, la machine à réluctance variable (MRV) est l'une des premières machines construites par l'homme. En effet le principe de réluctance fut mis en évidence par Tesla en 1887, par un montage qui ressemblait à une machine à réluctance à double saillance. La machine synchrone à réluctance variable telle qu'elle est connue aujourd'hui, fut proposée en 1923 par Kostko [33]. Son principe de fonctionnement repose sur *la dissymétrie*

magnétique : Deux dispositifs magnétiques, l'un fixe (le stator), et l'autre mobile autour d'un axe (le rotor), sont soumis à un champ magnétique. La partie mobile tourne, sous l'effet de la force magnétique, de façon à ce que l'énergie de l'ensemble soit minimale, ce qui correspond au minimum de réluctance des deux dispositifs.

Ces machines présentent plusieurs intérêts en haute vitesse :

- construction simple,
- probablement les moins coûteuses des machines électriques,
- l'utilisation d'un rotor massif permet une meilleure résistance aux contraintes des forces centrifuges en hautes vitesses,
- les fréquences propres du rotor massif sont plus grandes que pour un rotor hétérogène, comme c'est le cas pour un rotor à aimants permanents, car le module de Young est plus important,
- faibles pertes Joule au rotor,
- la température maximale admissible au rotor est plus élevée que celle supportée par les moteurs à aimants permanents.

Nous exposons dans les prochains paragraphes plusieurs structures de machines à réluctance variable adaptées pour la haute vitesse.

1.2.3.1 Machine à réluctance variable à double saillance

La machine à réluctance variable à double saillance (MRVDS), est une machine commutée. En effet, elle se distingue des machines synchrones à champ tournant, par son alimentation séparée des différentes phases. Son principe de fonctionnement est simple : La première phase est alimentée en courant, alors le rotor tourne sous l'effet d'un couple réluctant, pour atteindre la position assurant le minimum de réluctance. On éteint cette phase, et on alimente la deuxième phase, et le rotor tourne encore. Ainsi, par une alimentation judicieuse, le rotor tourne de façon continue, et la MRVDS fonctionne en moteur.

Ces machines se distinguent aussi par leur alimentation en créneaux de courant, par leur électronique de puissance à courant unidirectionnel, et, surtout, par la possibilité de fournir un fort couple à faible vitesse.

Certes, son bruit acoustique, et la nécessité d'un capteur de position, freinent son application pour les hautes vitesses. Cependant, plusieurs auteurs ont construit et testé cette machine pour les applications rapides. Iglesisas a fabriqué une MRVDS utilisée comme volant d'inertie, dans un système de génération décentralisée d'électricité. Elle a une puissance de 50kW et tourne à une vitesse de 30 000tr/min, [42]. Holub décrit le dimensionnement et la commande d'une MRVDS pour une application de volant

FIG. 1.6 – *Machine à réluctance variable à double saillance [3]*

d'inertie, de forte puissance 2MW, et tournant à une vitesse de 10 000tr/min [41].

Richter rapporte l'étude et la fabrication d'une MRVDS de 32kW, tournant à 48 000r/min pour une application de pompe de carburant "fuel pump" pour l'industrie aéronautique [64]. Afin de respecter les contraintes sévères de volume, Richter a utilisé des matériaux magnétiques très performants.

Enfin, Alhassoun [3] a fait l'étude d'une machine à réluctance variable à double saillance 6/4, destinée à des applications de hautes vitesses. Il s'est notamment intéressé à l'apport des poudres de fer pour la diminution des pertes fer de la MRVDS, ainsi qu'à la modélisation en vibration et l'estimation des efforts mécaniques subis par la machine en haute vitesse. Il a construit deux MRVDS, l'une en tôles magnétiques et l'autre en poudre de fer avec les caractéristiques suivantes : 8 000tr/min, 1kVA. La figure 1.6 montre l'un de ses prototypes :

1.2.3.2 Machine synchrone à réluctance variable

Du point de vue construction, son stator est identique à celui des machines asynchrones. Les bobinages sont généralement alimentés par des courants triphasés alternatifs créant ainsi un champ magnétique tournant. Le rotor est à pôles saillants et ne comporte pas de bobinage. Le rotor tourne au synchronisme et *s'accroche* au champs tournant statorique grâce à sa dissymétrie. Il est possible de faciliter le démarrage de ce moteur en rajoutant des amortisseurs au rotor. Le couple synchrone généré est proportionnel à la différence $(L_d - L_q)$ des inductances synchrones de la machine selon l'axe direct d et l'axe en quadrature q.

Une des premières études de la MSRV pour les hautes vitesses de rotation a été effectuée par Meibody-Tabar [55] sur une machine de puissance 50kW

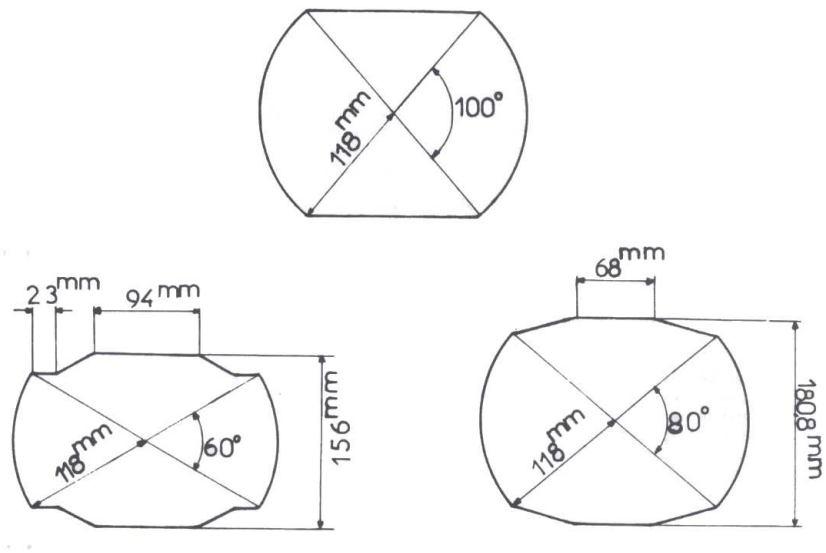

FIG. 1.7 – *Rotors étudiés par Meibody [55]*

et tournant à 3 000tr/min. Il a modélisé analytiquement, et numériquement la machine, en simplifiant la courbe de saturation, et en approximant la forme des lignes de champ. Dans l'objectif de maximiser le couple, le facteur de puissance et le rendement, il a optimisé l'angle rotorique par simulation et par expérimentation. La figure 1.7 montre les rotors étudiés.

Fukao et Chekou ont étudié des MSRV à une paire de pôles pour des applications en hautes vitesses. D'une part, Fukao s'est intéressé au potentiel du fer amorphe (Amorphous Iron), qui diffère du fer classique par son désordre à l'échelle atomique, et notamment par rapport à ses propriétés magnétiques, et ses contraintes mécaniques supérieures. Pour cela, il a construit une machine à réluctance variable à une paire de pôles, d'une puissance de 378W et tournant à 48 000tr/min [28].

D'autre part, Chekou a réalisé une étude magnétique par éléments finis d'une MSRV destinée à une électrobroche. Ensuite, après avoir estimé les vitesses critiques en flexion et en torsion du rotor, il a expérimenté cette machine pour une vitesse de rotation de 30 000tr/min à vide, la puissance nominale de la MSRV étant de 13kVA [18].

Hoffman a proposé une structure de rotor laminé à pans coupés, pour une application de volant d'inertie [39]. Le rotor de cette machine est constitué d'un feuilletage de matériau isolant et de fer magnétique, afin d'augmenter le rapport de l'inductance d'axe direct par rapport à l'inductance en opposition. Ce feuilletage permet d'atteindre un rapport de 10 ce qui améliore

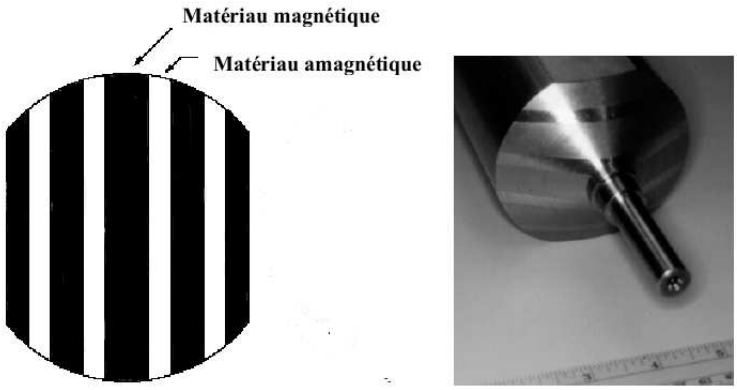

FIG. 1.8 – *Machine synchrone de Hoffmann*

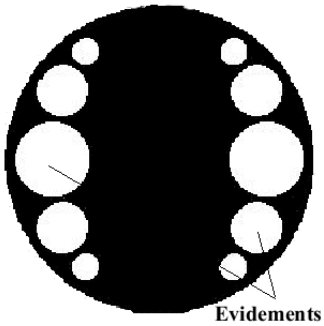

FIG. 1.9 – *Machine synchrone à réluctance variable à trous*

les performances de la MSVR. Les caractéristiques de son prototype sont: 60kW, 48 000tr/min. La figure 1.8 montre le rotor de sa machine.

Enfin, on peut citer aussi, la machine à *trous* développée au laboratoire IREENA par Zaim (figure 1.9). Son rotor cylindrique permet de diminuer les pertes aérodynamiques par rapport à la machine à pans coupés, et ses *trous* permettent de garder un comportement électromagnétique équivalent. Elle semble donc présenter de bonnes dispositions concernant les hautes vitesses, si ce n'est des problèmes mécaniques de limite de rupture à résoudre [80].

1.2.3.3 Machine homopolaire

Le prototype présenté en figure 1.10 a été développé pour une application de volant d'inertie tournant entre 50 000tr/min et 100 000tr/min, pour une puissance de sortie de 30kW [73].

C'est une machine à réluctance variable excitée. Deux demis machines décalées d'un angle électrique de 90° sont associées pour un rotor complet.

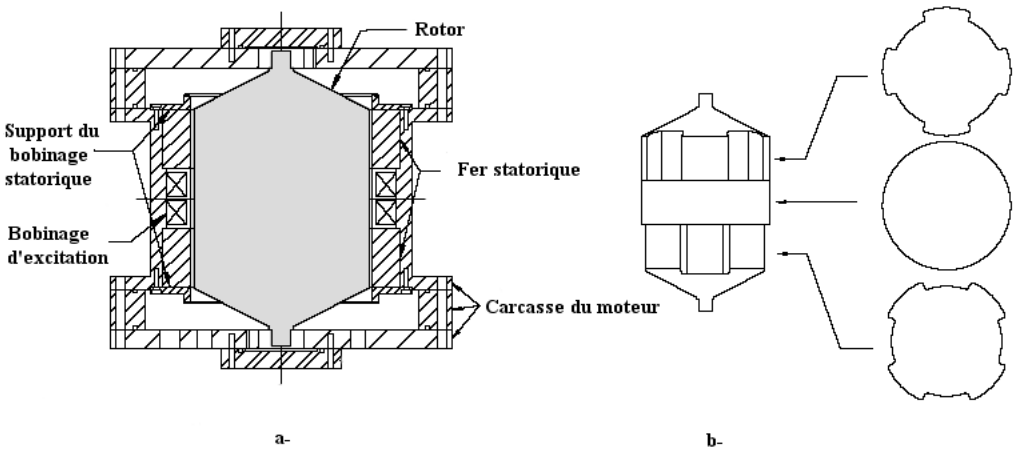

FIG. 1.10 – *Machine homopolaire*

Ce dernier est pourvu de dents qui guident le flux d'excitation. Ce flux est axial, et les bobines d'excitation sont situées au stator. La pulsation de flux est deux fois plus faible que pour des machines hétéropolaires, et induit ainsi une puissance massique inférieure.

- la figure 1.10-a montre la structure générale de la machine incluant l'excitation et le bobinage statorique,
- la figure 1.10-b détaille la structure du rotor et met en évidence le décalage de 90°.

D'autres structures ont été expérimentées pour les hautes vitesses, nous pouvons citer la machine à griffes développée en [20], et décrite par la figure 1.11. Le flux d'excitation est axial, et le rotor est constitué d'une couche magnétique déposée sur une paroi amagnétique. Cette machine a été construite pour fonctionner à des vitesses de rotation allant de 80 000tr/min à 100 000tr/min, et à des puissances de 25 à 50kW. Les applications visées sont les génératrices pour véhicules hybrides et les trains MAGLEV, ainsi que les compresseurs d'hélium [20].

1.3 Conclusion

Le domaine d'application des machines rapides dans l'industrie est aussi vaste que les types de machines utilisées. Ces machines se développent et bénéficient ainsi des progrès réalisés dans les domaines tangents à l'électrotechnique comme le domaine des matériaux magnétiques, celui de l'électronique de puissance, et enfin celui des moyens informatiques de simulation.

Plus particulièrement, nous pouvons dégager de l'étude bibliographique que pratiquement toutes les machines électriques peuvent être utilisées pour

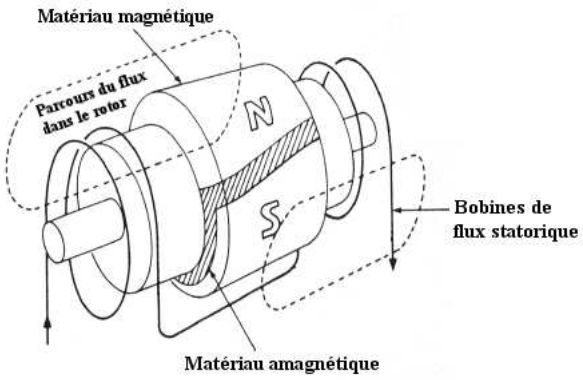

FIG. 1.11 – *Machine à griffes*

la haute vitesse. Toutefois, en fonction de l'application envisagée, plusieurs handicaps sont plus ou moins gênants pour certains types de machines : fragilité du rotor des machines à aimants permanents, difficulté de refroidir le rotor pour les machines asynchrones.

En haute vitesse, le choix de la machine doit se faire de façon globale en considérant les performances magnétiques, mais aussi, les problèmes thermiques, et mécaniques évoqués dans ce chapitre.

Chapitre 2

Outils Mathématiques

L'objectif de ce chapitre est d'expliciter les différentes bases théoriques et les méthodes numériques utilisées dans les prochains chapitres. Nous considérons, tout d'abord, la modélisation électromagnétique à partir des équations de Maxwell, de la machine synchrone à réluctance variable, puis, nous développons la modélisation thermique employée, et le couplage de ces deux modèles. La méthode de résolution des équations aux dérivées partielles, en l'occurrence la méthode des éléments finis, est ensuite abordée. Enfin, la prise en compte de la rotation du rotor clôture ce chapitre.

2.1 Modèle magnétique

Nous présentons dans ce chapitre, les équations de Maxwell ainsi que quelques notions nécessaires à la modélisation des phénomènes magnétiques en jeu dans notre problème.

Une représentation générale de ces problèmes est schématisée dans la figure 2.1.

Le problème général est composé d'un inducteur fixe où se trouvent les courants sources, et de pièces magnétiques conductrices fixes (stator) ou mobiles (rotor). Ces différentes parties peuvent être en contact ou comporter un entrefer. Ce problème doit vérifier, en outre, des conditions de passage entre les différents milieux et des conditions aux limites.

2.1.1 Equations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations établies par J.C. Maxwell en 1864, qui se présentent comme suit [18, 56, 52] :

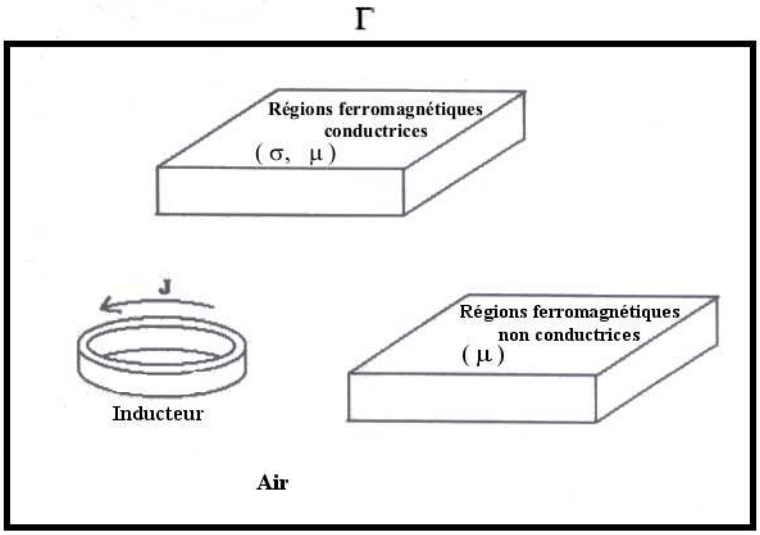

FIG. 2.1 – *Description globale du problème magnétique*

$$\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$\vec{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{2.2}$$

$$div(\vec{B}) = 0 \tag{2.3}$$

$$div(\vec{D}) = \rho \tag{2.4}$$

avec

$\vec{B}$: induction magnétique,
$\vec{H}$: champ magnétique,
$\vec{D}$: induction électrique,
$\vec{E}$: champ électrique,
$\vec{J}$: densité de courant volumique,
ρ : densité volumique de charge électrique.

Notre étude est dédiée à l'étude d'une machine synchrone à réluctance variable. Les hypothèses usuelles suivantes peuvent être faites :

– Les fréquences de travail restent raisonnablement faibles (au point nominal f=333Hz). On peut alors négliger les courants de déplacement, et donc négliger le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$,

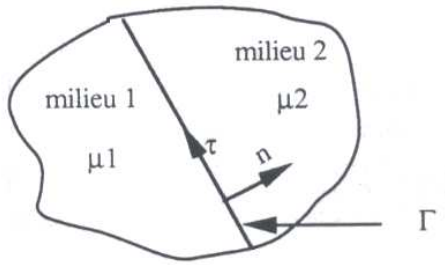

FIG. 2.2 – *Conditions de passage entre deux milieux différents*

– Il n'existe pas de charge électrique dans le domaine considéré, ce qui implique $\rho = 0$.

Les équations de Maxwell s'écrivent alors, dans un domaine donné :

$$\vec{rot}(\vec{H}) = \vec{J} \tag{2.5}$$
$$div(\vec{B}) = 0 \tag{2.6}$$
$$\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.7}$$

L'équation 2.5 conduit à la loi des noeuds :

$$div(\vec{J}) = 0 \tag{2.8}$$

2.1.2 Conditions de passage

Aux équations de Maxwell, s'ajoutent les équations de passage entre deux milieux aux propriétés différentes.

Considérons deux matériaux différents notés 1 et 2, et un repère $(\vec{\tau},\vec{n})$ situé sur la frontière les séparant, comme le montre la figure 2.2.

Dans l'hypothèse d'absence de courant surfacique et de densité de charge électrique, les champs de vecteur doivent vérifier les conditions suivantes :

$$(\sigma_1\vec{E_1} - \sigma_2\vec{E_2}) \bullet \vec{n} = 0 \tag{2.9}$$
$$(\vec{B_1} - \vec{B_2}) \bullet \vec{n} = 0 \tag{2.10}$$
$$(\vec{H_1} - \vec{H_2}) \wedge \vec{n} = 0 \tag{2.11}$$

Ces équations montrent la continuité des composantes normales de l'induction magnétique B_n et de la densité de courant, ainsi que la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique H_t.

2.1.3 Comportement des matériaux

Les équations de Maxwell sont générales et s'appliquent à tous les milieux. Pour prévoir l'évolution des phénomènes électromagnétiques, il faut ajouter à ces équations les relations particulières aux milieux considérés. Ces relations se formulent de la façon suivante :

$$\vec{B} = \mu.\vec{H} \tag{2.12}$$
$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \tag{2.13}$$

avec

μ : perméabilité magnétique du matériau; elle vaut μ_0 dans le vide,

σ : conductivité électrique; elle est nulle dans le vide.

Ces différentes propriétés (σ et μ) ne sont pas nécessairement constantes, et peuvent varier en fonction de divers paramètres tels que l'anisotropie du matériau, la courbe de saturation du matériau et la température.

2.2 Formulation globale

La diffusion du champ magnétique dans une machine électrique est un problème tridimensionnel. Néanmoins, *la symétrie cylindrique de la machine permet de considérer que, sur une grande longueur de la machine, le champ magnétique est situé dans un plan perpendiculaire à l'axe de la machine et que les courants inducteurs et induits sont parallèles à cet axe.*

Cette hypothèse sera considérée durant toute la suite de ce manuscrit.

Nous avons choisi pour nos travaux d'utiliser une formulation classique en potentiel vecteur $\vec{A}$ et en potentiel scalaire V, que nous allons développer dans les paragraphes suivants.

2.2.1 Equation au potentiel vecteur

L'équation 2.6 implique que l'induction magnétique dérive d'un potentiel vecteur $\vec{A}$ satisfaisant la relation suivante :

$$\vec{B} = \vec{rot}(\vec{A}) \tag{2.14}$$

En considérant l'hypothèse d'une modélisation 2D, évoquée dans le paragraphe précédent, les vecteurs d'induction $\vec{B}$ et champ magnétique $\vec{H}$ sont

alors contenus dans le plan à deux dimensions perpendiculaire à l'axe de la machine. On peut choisir ainsi, un vecteur potentiel $\vec{A}$ n'ayant qu'une composante non nulle suivant l'axe de la machine, et ne dépendant que des coordonnées x et y du plan ainsi que du temps t.

Le vecteur courant $\vec{J}$ a lui aussi une seule composante J suivant l'axe (Oz), dépendant spatialement du bobinage et temporellement des sources.

Ainsi les différents champs $\vec{A}$, $\vec{B}$, et $\vec{H}$ s'écrivent dans le repère cartésien (O, Ox, Oy, Oz) :

$$\vec{A}\begin{pmatrix} A_x & = & 0 \\ A_y & = & 0 \\ A_z & = & A(x,y,t) \end{pmatrix}; \quad \vec{B}\begin{pmatrix} B_x & = & \frac{\partial A}{\partial y} \\ B_y & = & -\frac{\partial A}{\partial x} \\ B_z & = & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{H}\begin{pmatrix} H_x & = & \frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial y} \\ H_y & = & -\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial x} \\ H_z & = & 0 \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Dorénavant, nous désignons par A l'unique composante A_z du vecteur potentiel $\vec{A}$.

Ces simplifications établies, nous distinguons pour l'équation fondamentale du problème électromagnétique, deux cas de figure : La formulation magnétodynamique, et la formulation magnétostatique.

En magnétodynamique, les phénomènes ne sont pas stationnaires. L'inducteur est parcouru par un courant variable en fonction du temps, qui induit dans les matériaux conducteurs des courants induits dont il faut tenir compte.

En combinant 2.7, et 2.14, on obtient :

$$\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\big(\vec{rot}(\vec{A})\big) \tag{2.16}$$

Ces deux champs sont donc égaux à un gradient près :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{grad}(V) \tag{2.17}$$

où V est défini comme le potentiel scalaire électrique.

Ainsi, en remplaçant dans l'équation 2.5, on arrive à :

$$\vec{rot}(\vec{H}) = \sigma\Big(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{grad}(V)\Big) + \vec{J_0} \tag{2.18}$$

et finalement, après simplification, on obtient l'équation suivante:

$$\vec{rot}\Big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\Big) = \sigma\Big(-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \vec{grad}(V)\Big) + \vec{J_0} \tag{2.19}$$

Cette dernière relation constitue l'équation fondamentale du problème électromagnétique en formulation magnétodynamique.

La formulation en magnétostatique peut être déduite simplement de l'équation précédente par l'annulation du terme σ. L'équation obtenue est la suivante :

$$\vec{rot}\Big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\Big) = \vec{J_0} \tag{2.20}$$

2.2.2 Conditions de passage

Les conditions de passage entre deux milieux 1 et 2 définis par les équations 2.9 à 2.11 deviennent :

- pour une discontinuité de la conductivité électrique σ :

$$\left(-\sigma_1\Big(\frac{\partial\vec{A}_1}{\partial t} + \vec{grad}(V_1)\Big) + \sigma_2\Big(\frac{\partial\vec{A}_2}{\partial t} + \vec{grad}(V_2)\Big)\right) \bullet \vec{n} = 0 \tag{2.21}$$

- pour une discontinuité de la perméabilité magnétique μ :

$$\left(\frac{1}{\mu_1}\vec{rot}(\vec{A}_1) - \frac{1}{\mu_2}\vec{rot}(\vec{A}_2)\right) \wedge \vec{n} = 0 \tag{2.22}$$

- pour la continuité de la composante normale de l'induction magnétique :

$$\Big(\vec{rot}(\vec{A}1) - \vec{rot}(\vec{A}2)\Big) \bullet \vec{n} = 0 \tag{2.23}$$

Cette condition est automatiquement assurée en 2D.

2.2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites peuvent être simples comme les conditions de Dirichlet et les conditions de Neumann, ou élaborées comme les conditions cycliques ou anti-cycliques.

Dans notre étude nous n'utiliserons que les conditions suivantes :

Condition de Dirichlet

$$\vec{A}|_S = \vec{A_0} \tag{2.24}$$

Condition de Neumann

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}}|_S = 0 \tag{2.25}$$

avec

S : surface à laquelle la condition est définie,
$\vec{n}$: vecteur normal à S.

2.3 Modèle thermique

L'étude thermique concerne les échanges de chaleur au sein du système physique, et ses échanges avec son environnement. Elle trouve son importance dans la mesure où dans la plupart des systèmes physiques, une augmentation incontrôlée et excessive de la température engendre la destruction de ce système. De plus, une étude *fine* des phénomènes magnétiques, mécaniques, ou aérodynamiques impose parfois de prendre en compte les variations des paramètres du système physique en fonction de la température.

Dans notre cas, l'étude thermique concerne les échanges au sein de la machine synchrone à réluctance variable, particulièrement dans l'entrefer, et les échanges extérieurs avec l'air ambiant.

2.3.1 Modes de propagation de la chaleur

Dans les précédents paragraphes, la modélisation magnétique a été développée selon la formulation en potentiel vecteur. A partir de cette modélisation, il est possible de calculer les pertes Joule, et les pertes fer (hystérésis et courants de Foucault). Ces pertes constituent, avec les pertes aérodynamiques, les sources du problème thermique.

On peut distinguer trois principaux modes de diffusion : la conduction, la convection, et le rayonnement [59, 17, 72].

2.3.1.1 Conduction

La conduction correspond à un transfert de chaleur entre deux points d'un solide sous l'influence d'un gradient de température. Elle se caractérise par un transfert de chaleur par contact entre particules d'un solide, ou plusieurs solides. C'est le cas de la diffusion de chaleur dans un solide chauffé, par exemple.

La conduction est régie par l'équation de Fourier suivante :

$$\Phi = -\lambda.\vec{grad}(T) \qquad [\frac{W}{m^2}] \tag{2.26}$$

avec

λ : conductivité thermique $[\frac{W}{m.K}]$,
T : température $[^\circ K]$.

Le bilan énergétique local du matériau est donné par :

$$div(\phi) + q = \rho.C_p.\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.27}$$

avec

ρ : masse volumique $[\frac{kg}{m^3}]$,
C_p : capacité calorifique $[\frac{J}{kg.K}]$,
q : sources thermiques $[\frac{W}{m^3}]$.

Cette dernière équation exprime le bilan énergétique local de la chaleur, en imposant l'égalité entre la chaleur produite à l'intérieur du volume considéré, et la variation d'énergie interne d'une part, et la chaleur échangée avec l'extérieur d'autre part. En combinant les deux équations 2.26 et 2.27, on obtient la relation fondamentale du problème thermique :

$$-div(\lambda.\vec{grad}(T)) + q = \rho.C_p.\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.28}$$

A cette équation fondamentale du problème thermique, s'ajoutent les conditions aux limites, définis pour les échanges de chaleur par convection et par rayonnement.

2.3.1.2 Convection

La convection concerne le transfert de chaleur par un déplacement de fluide. En plus de la conduction entre les particules d'un gaz, ou d'un liquide en mouvement, le déplacement global d'une partie d'un fluide à une température donnée contre un solide permet d'extraire de la chaleur du solide, ou d'y injecter.

Ce transfert de chaleur peut être représenté par un flux Φ au travers d'une surface S par la relation suivante :

$$\Phi = h.(T - T_a).\vec{n} \tag{2.29}$$

avec

h : coefficient d'échange convectif $[\frac{W}{m^2.K}]$,
T_a : température ambiante du fluide loin de la surface d'échange,
$\vec{n}$: vecteur normal de la surface d'échange orienté vers le matériau ou le fluide le plus chaud.

2.3.1.3 Rayonnement

Le rayonnement constitue le troisième mode de transfert de chaleur. Il représente le transfert de chaleur sans contact, par le biais de rayonnement électromagnétique, qui correspond à la quantité d'énergie véhiculée par l'onde électromagnétique. C'est le cas du transfert de chaleur par rayonnement solaire. Ce flux de chaleur s'exprime comme suit :

$$\Phi = \epsilon.\sigma_b.(T^4 - T_a^4).\vec{n} \tag{2.30}$$

avec

ϵ : émissivité du matériau [sans unité],
σ_b : constante de Stefan-Boltzman $= 5.67\,10^{-8}$ $[\frac{W}{m^2.K^4}]$,
T : température de la source,
T_a : température ambiante loin de la source,
$\vec{n}$: vecteur unitaire orienté de la source vers la charge *radiée*.

Cette dernière équation peut être écrite sous la forme d'une convection comme suit :

$$\Phi = \epsilon.\sigma_b.(T - T_a)(T^3 + T^2.T_a + T.T_a^2 + T_a^3).\vec{n} \tag{2.31}$$

et ainsi

$$\Phi = h(T).(T - T_a).\vec{n} \tag{2.32}$$

2.3.2 Comportement des matériaux

L'équation de transfert de chaleur 2.28 s'applique à tous les matériaux d'un système thermique. Certains d'entre eux peuvent avoir des propriétés qui dépendent de la température. Ils ont alors un comportement non linéaire.

Dans les machines électriques, les variations des propriétés des matériaux en fonction de la température sont faibles et influencent peu le résultat final [17]. On supposera dans tout le reste de ce manuscrit que la conductivité thermique, la masse volumique, et la capacité calorifique sont indépendantes de la température.

2.3.3 Couplage magnéto-thermique

La notion de couplage regroupe les relations liant deux ensembles d'équations mathématiques (A et B). Ce couplage peut être *fort* ou *faible*.

- Il est dit *fort* lorsque les coefficients du système A dépendent de la solution du système B, et vice-versa,
- Le couplage est dit *faible*, lorsque la dépendance est dans un seul sens.

Les problèmes magnétique et thermique présentent en toute rigueur, un couplage fort et ce pour deux raisons :

- Les sources du problème thermique (pertes Joule, pertes fer ....) découlent de la solution du problème magnétique,
- Plusieurs paramètres du problème magnétique (résistivité des conducteurs, ...) varient en fonction de la température.

Ainsi, lorsque le système étudié est suffisamment simple (le cas de chauffage d'une plaque par courants induits par exemple), il est possible d'utiliser un couplage fort, et de résoudre le système d'équations simultanément.

Cette démarche n'est pas envisageable dans le cas de notre machine, car elle nécessite un temps de calcul excessif, pour trois raisons :

- Les proportions entre les plus faibles mesures (entrefer = $0.8mm$) et les plus grandes mesures (rayon extérieur stator = $85mm$) sont importantes, et engendrent ainsi, un maillage avec un grand nombre de noeuds,
- Le problème électromagnétique n'est pas linéaire, car il faut tenir compte de la saturation des matériaux magnétiques via une méthode de Newton-Raphson,
- Le calcul thermique est effectué en utilisant une méthode pas à pas dans le temps.

Nous avons alors adopté une méthode de résolution mettant à jour les coefficients du problème magnétique à la fin de chaque pas de calcul thermique. Le schéma 2.3 illustre notre méthode de calcul.

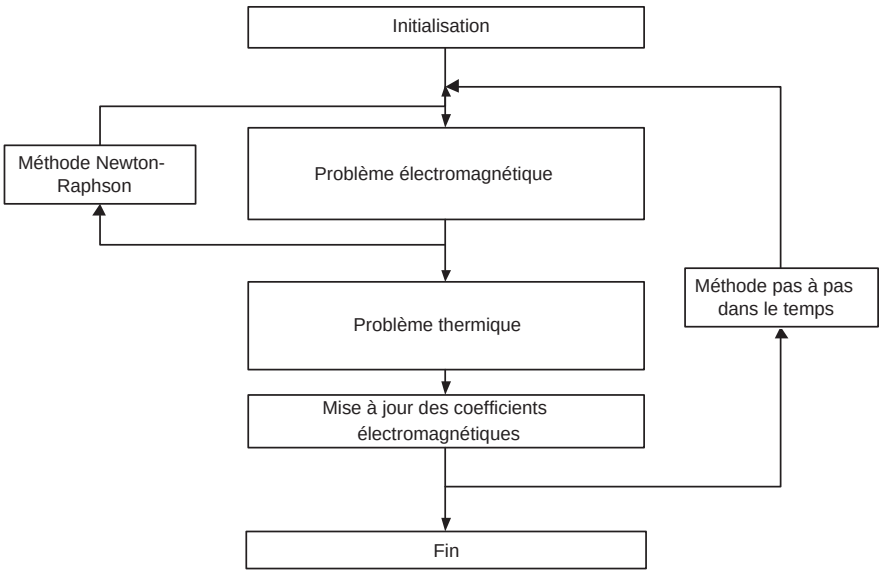

FIG. 2.3 – *Description de l'approche utilisée*

2.4 Alimentation en tension

La méthode des éléments finis appliquée au problème électromagnétique est détaillée en annexe A. Nous nous contentons de décrire ici, le couplage avec les équations du circuit.

L'équation du problème électromagnétique (équation 2.19) fait apparaître naturellement la source sous forme d'une densité de courant. Si l'on veut déterminer les performances de la machine lorsqu'elle est couplée à une source de tension (onduleur par exemple), il est alors nécessaire de coupler les équations du circuit électrique avec l'équation magnétodynamique 2.19.

Nous allons détailler ce couplage dans le cas où toutes les grandeurs sont supposées purement sinusoïdales. On utilise alors l'écriture complexe.

2.4.1 Equation du circuit électrique

L'équation pour une phase i du stator est donnée par :

$$U_i = R_{ph}.I_i + L_{tete}.j\omega I_i + E_i \tag{2.33}$$

avec

R_{ph} : résistance de l'enroulement d'une phase,

L_{tete} : inductance d'une tête de bobine,

E_i : force contre-électromotrice créée par le champ magnétique sur la partie de l'enroulement située dans les encoches du stator.

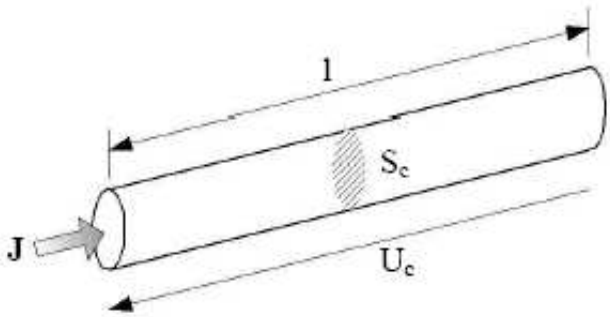

FIG. 2.4 – *Fil conducteur situé dans une encoche du stator [17]*

Les trois phases sont supposées identiques (machine équilibrée), et l'effet de peau est négligé dans les conducteurs du stator. On exprime alors, l'ensemble des relations du circuit électrique du stator sous forme matricielle :

$$\left[\mathbb{U}_s\right] = \left[\mathbb{R}_{ph}\right].\left[\mathbb{I}_s\right] + j\omega\left[\mathbb{L}_{tete}\right].\left[\mathbb{I}_s\right] + \left[\mathbb{E}_s\right] \tag{2.34}$$

avec

$$\left[\mathbb{U}_s\right] = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix}; \quad \left[\mathbb{I}_s\right] = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}; \quad \left[\mathbb{E}_s\right] = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \tag{2.35}$$

$$\left[\mathbb{R}_{ph}\right] = R_{ph}.\mathbb{I}_3, \qquad \left[\mathbb{L}_{tete}\right] = L_{tete}.\mathbb{I}_3, \qquad et \quad \mathbb{I}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.36}$$

2.4.2 Couplage avec les équations du champ magnétique

Nous allons exprimer le couplage entre les deux équations 2.34, et 2.19, avec pour inconnue la composante axiale du potentiel vecteur A et les trois courants $I_1, I_2, et\ I_3$. Pour cela, on considère un conducteur statorique (de section S_c, de longueur l, et de conductivité σ) parcouru par une densité de courant uniforme J .

Dans notre cas (problème électromagnétique 2D) le gradient de potentiel électrique V le long du conducteur est constant. On exprime alors, la différence de potentiel U_c sur le conducteur par :

$$-\vec{grad}(V) = \frac{U_c}{l}.\vec{n} \tag{2.37}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la section du conducteur.

Ainsi, la densité de courant que supporte le conducteur est donnée par :

$$\vec{J} = -\sigma(\vec{grad}(V) + j\omega\vec{A}) = \sigma\frac{U_c}{l}.\vec{n} - \sigma j\omega\vec{A} \tag{2.38}$$

Le bobinage statorique de la machine d'essai est un bobinage triphasé avec un raccourcissement de $\frac{11}{12}^{ieme}$. Il est décrit en détail au chapitre 5.

Chaque phase dispose de 8 demi-encoches *aller* et 8 demi-encoches retour, avec trois conducteurs dans chaque demi encoche.

Au stator, tous les fils d'une même demi-encoche sont donc parcourus par le même courant de la phase à laquelle ils appartiennent. Chaque fil occupant une position géométrique propre est soumis à un potentiel vecteur donné. On peut donc exprimer le courant total dans une demi-encoche comme suit :

$$n_c.I_i = n_c.\iint_{S_c} \vec{J}.\vec{n}.dS = \sum_{k=1}^{n_c}\left[\sigma\frac{U_c}{l}S_c - \sigma\iint_{S_c} j\omega\vec{A}.\vec{n}dS\right] \tag{2.39}$$

avec

n_c : nombre de conducteur par demi-encoche,
I_i : courant dans la phase i.

On peut introduire la surface de cuivre par demi-encoche notée S_{cu}, afin d'exprimer la somme des intégrales surfaciques sur chaque conducteur. On obtient ainsi pour une phase complète constituée de m demi-encoches :

$$m.n_c.I_i = \sigma\frac{S_c}{l}\sum_{k=1}^{m.n_c} U_c - \sigma\iint_{S_{cu}} j\beta\omega\vec{A}.\vec{n}dS \tag{2.40}$$

où β prend en compte le sens du parcours de l'encoche : +1 pour les encoches *aller* et -1 pour les encoches *retour*.

La somme des potentiels U_c sur l'ensemble des conducteurs d'une encoche représente la force électromotrice introduite dans 2.34 :

$$E_i = R_a.m.n_c.I_i + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.j\omega\vec{A}.\vec{n}\,dS \tag{2.41}$$

où R_a est la résistance d'un conducteur actif, $R_a = \frac{l}{\sigma.S_c}$.

La résistance totale d'une phase est la somme des résistances des têtes de bobines et de la partie active située dans les encoches :

$$R_{ph} = R_{tete} + R_a.m.n_c \tag{2.42}$$

La loi des mailles 2.33 s'exprime alors comme :

$$U_i = R_{tete}.I_i + L_{tete}.j\omega I_i + E_i \tag{2.43}$$

ou encore :

$$U_i = R_{ph}.I_i + L_{tete}.j\omega I_i + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.j\omega\vec{A}.\vec{n}\,dS \tag{2.44}$$

Ainsi, pour l'ensemble du stator, l'équation précédente devient un système matriciel semblable à 2.34, duquel on déduit :

$$\left[\mathbb{E}_s\right] = \begin{pmatrix} \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu1}} \beta.j\omega\vec{A}.\vec{n}\,dS \\ \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu2}} \beta.j\omega\vec{A}.\vec{n}\,dS \\ \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu3}} \beta.j\omega\vec{A}.\vec{n}\,dS \end{pmatrix} \tag{2.45}$$

où S_{cui} correspond à la section de cuivre des encoches de la phase i.

Finalement, le système d'équation 2.34 devient :

$$\left[\mathbb{U}_s\right] = \left[\mathbb{R}_{ph}\right].\left[\mathbb{I}_s\right] + j\omega\left[\mathbb{L}_{tete}\right].\left[\mathbb{I}_s\right] + j\omega.\left[\mathbb{S}\right]\left[\mathbb{A}\right] \tag{2.46}$$

avec

$\mathbb{A}$: matrice du potentiel vecteur,

$\mathbb{S}$: matrice intermédiaire fonction de l, S_c, des β, et des surfaces des triangles composants le maillage des conducteurs.

Ce système explicite le couplage entre le problème magnétique et le circuit électrique au stator.

A ce système il faut rajouter celui correspondant au problème magnétique obtenu par l'assemblage de l'équation 2.19 dans le cas magnétostatique.

Il est obtenu par :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\big) - \vec{J_i} = 0 \tag{2.47}$$

La densité du courant source $\vec{J_i}$ est directement fonction du courant de phase I_i par la relation :

$$I_i = \iint_{S_c} \vec{J_i}.\vec{n}\, dS \tag{2.48}$$

Si on néglige l'effet de peau dans les conducteurs statoriques, nous avons :

$$I_i = \|\vec{J_i}\|.S_c.\vec{n} \tag{2.49}$$

On peut alors écrire 2.47 sous la forme :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\big) - \frac{I_i}{S_c}\vec{n} = 0 \tag{2.50}$$

Cette dernière équation peut être exprimée en éléments finis sous la forme :

$$\big[\mathbb{K}\big].\big[\mathbb{A}\big] - \big[\mathbb{H}\big].\big[\mathbb{I}_s\big] = 0 \tag{2.51}$$

avec

$\big[\mathbb{K}\big]$: matrice de raideur du problème électromagnétique,

$\big[\mathbb{H}\big]$ est une matrice N_n*3, fonction de la section des conducteurs S_c, et des fonctions d'approximations N_i, N_n étant le nombre de points du maillage.

Le potentiel vecteur dans chaque noeud du maillage et les courants dans chaque phase sont ensuite obtenus par la résolution du système formé par les équations 2.46 et 2.51.

2.4.3 Inductance de fuite des têtes de bobines

La définition de l'inductance de fuite des têtes de bobines renvoie au calcul du flux de fuite des têtes de bobines. Ce dernier quantifie la contribution

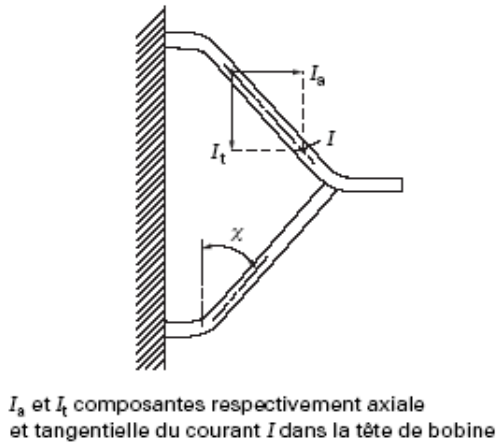

FIG. 2.5 – *Modèle de tête de bobines [27]*

des lignes de champ qui se referment dans l'air en dehors du fer statorique au niveau des têtes de bobines. Cette inductance n'est pas aisée à calculer, car elle nécessite la connaissance du trajet tridimensionnel des lignes de champ qui dépend de la géométrie du bobinage, de l'influence du champ statorique, et de ses harmoniques.

Pour notre étude nous avons utilisé l'approximation analytique usuelle d'Alger [27, 2], qui considère le modèle de têtes de bobines représenté dans la figure 2.5.

Dans ces conditions, l'inductance des tête de bobines peut être calculée par :

$$L_{tete} = \mu_0 \frac{q.N_s^2.D}{p^2} f(\chi) \tag{2.52}$$

avec

q : nombre de phases,
N_s : nombre de spires par phase,
D : diamètre intérieur du stator,
p : nombre de paires de pôles,
$f(\chi)$: fonction de l'angle χ qui s'écrit pour le modèle de tête de bobines considéré :

$$f(\chi) = \frac{\gamma tan(\chi)}{4}\left(1 - \frac{sin(\gamma.\pi)}{\gamma.\pi}\right) + \frac{k_d^2.k_r^2}{6}\left(1 + 0.12\gamma^2\right) \tag{2.53}$$

avec

γ : raccourcissement, dans notre cas $\frac{11}{12}$,

k_d : coefficient de distribution du bobinage; il est égal à 0.96,

k_r : coefficient de raccourcissement du bobinage, tel que $k_r = sin\left(\gamma\frac{\pi}{2}\right)$.

χ : angle des têtes de bobines, $\chi = 60°$.

L'application numérique nous donne une valeur de l'inductance de tête de bobines de :

$$L_{tete} = 1.02\ .10^{-4}\,H \tag{2.54}$$

2.4.4 Résolution pas à pas dans le temps

Lorsque la machine synchrone à réluctance variable est alimentée par un système de tension sinusoïdale triphasé, les courants statoriques sont entachés d'harmoniques dûs en partie au bobinage et aux encoches statoriques, et en partie à la saturation magnétique du fer statorique. Lorsqu'en plus, cette alimentation en tension présente intrinsèquement des harmoniques à cause du découpage de tension, comme c'est le cas pour une alimentation par onduleur de tension, d'autres inter-harmoniques sont créés, et le spectre des courants statoriques est encore plus fourni. Or, ces harmoniques se situent majoritairement à des fréquences importantes, et augmentent ainsi l'échauffement de la MSRV par les pertes fer.

Afin de prendre en compte ces harmoniques et d'étudier leurs effets sur l'échauffement de la MSRV, nous avons opté pour une résolution des équations de Maxwell en pas-à-pas dans le temps. Son avantage est de tenir compte de l'ensemble des harmoniques. Cependant, son coût en temps de calcul est important et peut devenir rédhibitoire.

Le principe du calcul pas à pas est d'approximer la dérivée le potentiel vecteur dans l'équation magnétique 2.19.

Nous présentons deux approches :

2.4.4.1 Approximation simple

La dérivée partielle du potentiel vecteur $\vec{A}$ par rapport au temps peut être représentée par une différence finie à condition que le pas de temps Δt soit considéré comme suffisamment petit :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \simeq \frac{\Delta \vec{A}}{\Delta t} = \frac{\vec{A}_k - \vec{A}_{k-1}}{\Delta t} \tag{2.55}$$

Supposons à résoudre le problème en éléments finis en magnétodynamique,

avec une alimentation en tension. Deux domaines sont à distinguer : le stator et le rotor. En effet les équations se simplifient selon le domaine considéré :

Au stator :

$$\begin{cases} \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\big) - \frac{I_i}{S_c}\vec{n} &= 0 \\ U_i &= R_{ph}.I_i + L_{tete}.\frac{dI_i}{dt} + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.\frac{d\vec{A}}{dt}.\vec{n}\,dS \end{cases} \tag{2.56}$$

Au rotor :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\big) - \sigma\frac{d\vec{A}}{dt} = 0 \tag{2.57}$$

En introduisant l'approximation de la dérivée par rapport au temps, on obtient :

Au stator :

$$\begin{cases} \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^k)\big) - \frac{I_i^k}{S_c}\vec{n} &= 0 \\ R_{ph}.I_i + L_{tete}.\frac{I_i^k - I_i^{k-1}}{\Delta t} + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.\frac{\vec{A}^k - \vec{A}^{k-1}}{\Delta t}.\vec{n}\,dS - U_i &= 0 \end{cases} \tag{2.58}$$

Au rotor :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^k)\big) - \sigma\frac{\vec{A}^k - \vec{A}^{k-1}}{\Delta t} = 0 \tag{2.59}$$

Si on sépare les termes à l'instant $k-1$, et à l'instant k, on obtient :

Au stator :

$$\begin{cases} \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^k)\big) - \frac{I_i^k}{S_c}\vec{n} &= 0 \\ R_{ph}.I_i + L_{tete}.\frac{I_i^k}{\Delta t} + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.\frac{\vec{A}^k}{\Delta t}.\vec{n}\,dS - U_i &= L_{tete}.\frac{I_i^{k-1}}{\Delta t} + \frac{l}{S_c}\iint_{S_{cu}} \beta.\frac{\vec{A}^{k-1}}{\Delta t}.\vec{n}\,dS \end{cases} \tag{2.60}$$

Au rotor :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^k)\big) - \sigma\frac{\vec{A}^k}{\Delta t} = -\sigma\frac{\vec{A}^{k-1}}{\Delta t} \tag{2.61}$$

Partant d'une valeur initiale $\vec{A}^0$ de l'inconnue, on calcule de proche en proche, les termes de la suite $\vec{A}^k$ en résolvant le système précédent à chaque fois. On obtient ainsi les valeurs de l'inconnue $\vec{A}^k$ en fonction du temps t, tel que $t = k.\Delta t$.

2.4.4.2 Approximation de Crank-Nicholson

Arkkio cite une autre façon d'approximer la dérivée temporelle [5].
Supposons à résoudre l'équation suivante :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A})\big) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = \frac{\sigma}{l}U.\vec{e}_z \tag{2.62}$$

En exprimant cette équation à deux instants succéssives $k-1$ et k, on obtient :

$$\begin{cases} \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^{k-1})\big) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_{k-1} & = & \frac{\sigma}{l}U^{k-1}.\vec{e}_z \\ \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^{k})\big) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_{k} & = & \frac{\sigma}{l}U^{k}.\vec{e}_z \end{cases} \tag{2.63}$$

On calcule la somme de ces deux équations :

$$\vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^{k-1})\big) + \vec{rot}\big(\frac{1}{\mu}\vec{rot}(\vec{A}^{k})\big) + \sigma\Big[\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_{k-1} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_{k}\Big] = \frac{\sigma}{l}\Big[U^{k-1} + U^{k}\Big].\vec{e}_z \tag{2.64}$$

Or, Crank-Nicholson propose une approximation du potentiel vecteur à l'instant $k+1$ par :

$$\vec{A}_k = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_k + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}|_{k-1}\right]\Delta t + \vec{A}_{k-1} \tag{2.65}$$

donc, l'équation 2.64 devient :

$$\vec{rot}\Big(\frac{1}{\mu}\big(\vec{rot}\vec{A}^{k}\big)\Big) + \frac{2\sigma}{\Delta t}\vec{A}^{k} = \frac{\sigma}{l}U^{k}.\vec{e}_z + \Big[\vec{rot}\Big(\frac{1}{\mu}\big(\vec{rot}\vec{A}^{k-1}\big)\Big) - \frac{2\sigma}{\Delta t}\vec{A}^{k-1} - \frac{\sigma}{l}U^{k-1}.\vec{e}_z\Big] \tag{2.66}$$

Tous les termes de la partie droite sont connus à l'instant $k-1$, et permettent ainsi de calculer l'inconnue $\vec{A}^k$ à l'instant k.

2.4.5 Non linéarité

La perméabilité est définie par le rapport de l'induction magnétique $\vec{B}$, et du champ magnétique $\vec{H}$. Elle est modélisée en première approximation, par la courbe de première aimantation du matériau.

Lorsque l'induction magnétique est faible, cette perméabilité est constante, mais dès que l'induction croît, la saturation magnétique apparaît et la perméabilité décroît. Cette dernière est donc, fonction du niveau d'induction :

$$\mu = \mu_0.\mu_r(\,|\vec{B}|\,) = \mu_0.\mu_r(\,|\vec{rot}(\vec{A})|\,) \tag{2.67}$$

Afin de prendre en compte cette saturation, nous avons utilisé l'approximation de Marocco définie comme suit [17]:

$$\frac{1}{\mu_r} = \epsilon + (c - \epsilon).\frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha} + t} \tag{2.68}$$

Les valeurs des différents paramètres sont obtenues au sens des moindres carrés. Pour notre machine, elles sont données dans le tableau 2.1.

Coefficients	Stator	Rotor
c	$1.34\,.10^{-2}$ [SI]	$2.25\,.10^{-2}$ [SI]
ϵ	$3.03\,.10^{-4}$ [SI]	$2.78\,.10^{-3}$ [SI]
α	$2.13\,.10^{1}$ [SI]	$2.04\,.10^{1}$ [SI]
t	$1.60\,.10^{9}$ [SI]	$3.08\,.10^{9}$ [SI]

TAB. 2.1 – *Coefficients du modèle de Marocco pour la machine de test*

Une comparaison entre la courbe de saturation $B(H)$ du stator et la courbe approximée est présentée dans la figure 2.6.

Cette non linéarité nous conduit après l'assemblage des matrices en éléments finis, à résoudre l'équation matricielle suivante :

$$\mathbb{K}(\mu(\mathbb{A})).\mathbb{A} = \mathbb{F}, \qquad soit \quad \mathbb{K}(\mathbb{A}).\mathbb{A} = \mathbb{F} \tag{2.69}$$

Il existe plusieurs façons de procéder pour résoudre un tel problème et toutes sont soumises à un critère d'arrêt.

La méthode de Jacobi se contente de calculer la nouvelle solution à partir de la précédente. Les termes de la suite $[\mathbb{A}_n]$ sont calculés de proche en proche à partir d'une solution initiale $[\mathbb{A}_0]$ [17]:

$$[\mathbb{K}]\Big([\mathbb{A}_{n-1}]\Big).[\mathbb{A}_n] = [\mathbb{F}] \tag{2.70}$$

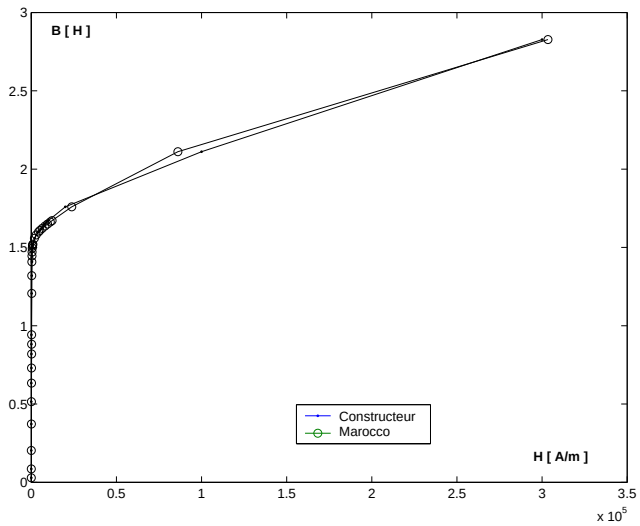

FIG. 2.6 – *Courbe de saturation du Stator*

Une approche plus élaborée consiste à appliquer la méthode de Newton-Raphson [17]. La suite ci-dessous converge alors vers la solution recherchée :

$$[\mathbb{A}_n] = [\mathbb{A}_{n-1}] - [d\mathbb{K}(\mathbb{A}_{n-1})]^{-1}.[\mathbb{K}(\mathbb{A}_{n-1})] \tag{2.71}$$

où la matrice $d\mathbb{K}$ est la matrice Jacobienne de la matrice $\mathbb{K}$.

Ce dernier algorithme de résolution d'équations non-linéaires peut être amélioré par le rajout d'une relaxation qui actualise la variable recherchée à partir de la solution fraîchement calculée et de la solution précédente :

$$[\mathbb{A}_n] = \beta.[\mathbb{A}_n] + (1-\beta).[\mathbb{A}_{n-1}] \qquad avec \quad \beta \in [0,1] \tag{2.72}$$

où β est appelé le coefficient de relaxation.

La suite $[\mathbb{A}_n]$ s'approche de la solution désirée à fur et à mesure que n tend vers l'infini. Il est alors nécessaire de se fixer un critère d'arrêt de calcul. Celui-ci doit mesurer à quel point deux solutions consécutives se ressemblent, auquel cas la convergence est obtenue. Nous avons utilisé le critère suivant :

$$\varepsilon_n = \sum_{i=1}^{N_n} \frac{|\mathbb{A}_n^i - \mathbb{A}_{n-1}^i|}{|\mathbb{A}_n^i|} < \varepsilon_{limite} \tag{2.73}$$

où $\mathbb{A}_n^i$ est la $i^{ème}$ composante du vecteur $\mathbb{A}_n$.

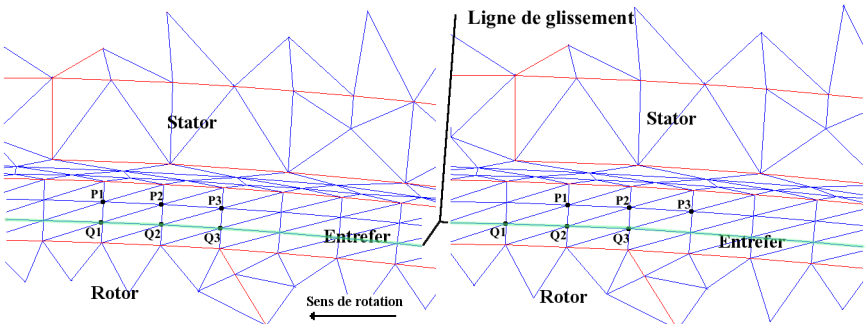

FIG. 2.7 – *Description du mouvement sur la ligne de glissement*

Dans la suite du travail, nous avons utilisé la méthode Newton-Raphson et nous avons choisi un coefficient de relaxation $\beta = 0.55$, et un maximum d'erreur $\epsilon_{lim} = 2\,.10^{-4}$.

2.5 Prise en compte du mouvement

Dans les machines électriques, il y a un mouvement relatif entre le stator et le rotor. La prise en compte de ce mouvement simultanément avec la variation temporelle des courants sources est nécessaire pour la simulation du problème électromagnétique.

2.5.1 Remaillage

La méthode de remaillage apparaît comme l'approche la plus naturelle. Elle consiste à redessiner le rotor dans chacune des positions considérées par rapport au stator et de mailler l'ensemble autant de fois que nécessaire. Cette opération est coûteuse en temps de calcul dès que la géométrie se complique, comme par exemple avec un entrefer petit. Cependant, elle autorise toutes les positions du rotor.

2.5.2 Ligne de glissement

Cette solution consiste à insérer dans l'entrefer un contour fermé s'appuyant sur un cercle, sur lequel le rotor se déplace : c'est la ligne de glissement [56]. Le maillage du stator et du rotor sont alors reliés par cette ligne. Il s'agit de faire coïncider les deux maillages lors du mouvement du rotor. Cette technique suppose un maillage régulier de l'entrefer qui doit être réalisé avec des segments de longueur identique. La figure 2.7 illustre le principe de cette technique.

Cette technique requiert un seul maillage de la structure étudiée, et le rotor se déplace par un pas angulaire correspondant à la longueur des

segments de l'entrefer.

Dans ce procédé, le temps de simulation est considérablement allégé par rapport à la technique du remaillage. Cependant, le pas de rotation, et par suite le pas de calcul, est imposé par la finesse du maillage de l'entrefer. Ainsi, ce procédé ne permet pas de représenter toutes les positions du rotor.

2.5.3 Déformation du maillage

Cette solution améliore la technique précédente en définissant une bande dans l'entrefer, sur laquelle s'appuie le maillage du rotor d'un côté, et le maillage du stator de l'autre côté. Elle est appelée bande de roulement. Lorsque le rotor se déplace d'un faible angle, les triangles de cette bande sont déformés, et lorsque le déplacement du rotor est plus important, les indices des noeuds de cette bande sont décalés [17, 56].

C'est cette méthode que nous avons utilisée.

La précision de la solution dépend de la qualité du maillage. La difficulté de cette technique réside donc dans le choix de ce critère de qualité.

Nous avons retenu le critère suivant :

- lorsque le déplacement est inférieur à la moitié d'un segment de la ligne de glissement, on déforme le maillage, comme l'indique les figures 2.8-a, 2.8-b, et 2.8-c,
- inversement, si le déplacement désiré est supérieur à la moitié d'un segment de la ligne de glissement, on choisit de décaler les indices des noeuds de la bande de roulement du côté du rotor d'abord, et de garder un maillage régulier, 2.8-d.

2.6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons explicité en détail, les bases théoriques de notre modélisation électromagnétique et thermique. Nous rappelons ici, l'essentiel des points évoqués.

D'abord, à l'aide des équations locales de Maxwell, et des conditions de passage entre les différents milieux, nous avons établi l'équation électromagnétique locale à résoudre.

Puis, nous avons présenté les différents modes de transfert de chaleur, et détaillé les équations correspondantes. Ce qui nous a permis d'établir l'équation fondamentale du problème thermique.

Ensuite, le couplage entre les deux problèmes électromagnétique et thermique a été mis en évidence, et la démarche globale de résolution des deux problèmes a été présentée.

Enfin, après avoir présenté les équations différentielles à résoudre, nous nous sommes attardé sur la méthode de résolution choisie : la méthode des

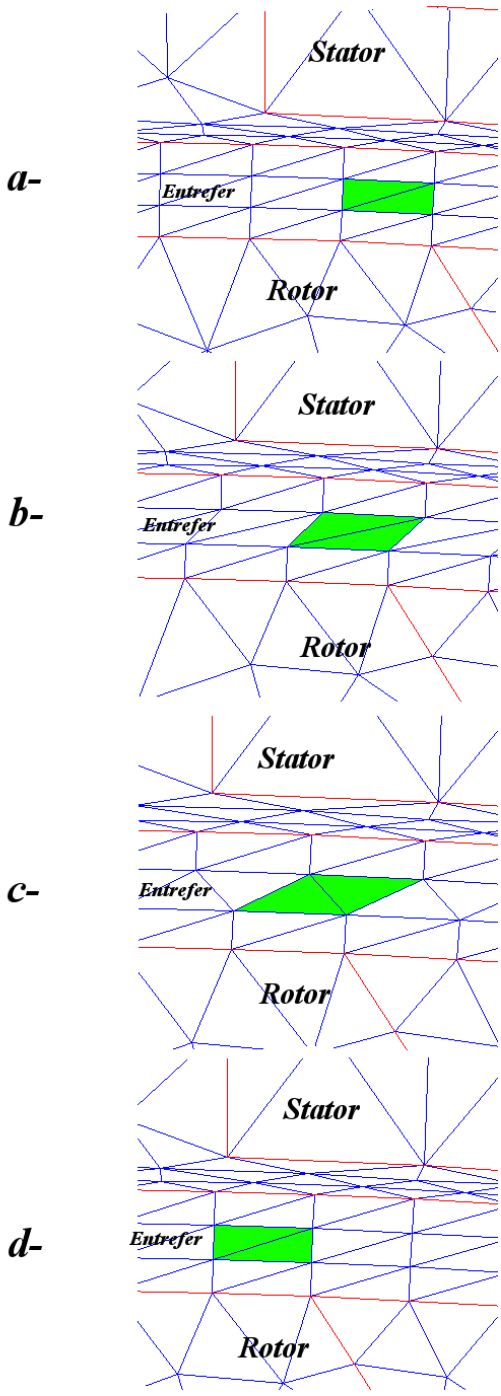

FIG. 2.8 – *Description du mouvement sur la bande de roulement*

éléments finis. Nous avons exposé le principe ainsi que la prise en compte de l'alimentation en tension, de la non linéarité magnétique et du mouvement du rotor.

Chapitre 3

Etude Thermique

Dans ce chapitre, nous présentons l'étude thermique de la machine synchrone à réluctance variable. Après un rappel des méthodes de calcul thermique, nous détaillons notre méthode de calcul et particulièrement, les sources thermiques ainsi que les différents coefficients d'échange convectif utilisés. Nous présentons ensuite notre procédure de prise en compte de la forme du rotor. Enfin, nous confrontons les résultats de simulation à ceux mesurés sur le banc d'essais.

Dans cette étude l'entrefer est d'abord modélisé par un matériau conductif équivalent. Un modèle tenant compte de l'échange convectif est ensuite utilisé.

3.1 Modèles thermiques

Les modèles thermiques sont développés pour de nouvelles structures de machines électriques ou pour l'optimisation d'installations courantes. Ils permettent d'avoir accès à des points non atteignables expérimentalement.

Ces méthodes sont employées pour différentes raisons :

- vérifier le bon comportement thermique de l'ensemble,
- déterminer la classe des isolants à utiliser,
- ou dimensionner un système de refroidissement efficace.

Deux approches se distinguent : Les réseaux thermiques équivalents, et les méthodes numériques.

3.1.1 Réseaux thermiques équivalents

Dans ce modèle, la machine est considérée comme un assemblage de pièces homogènes dans la construction et dans le fonctionnement. Elle est décrite alors par un réseau thermique qui peut aboutir à une représentation relativement simple. La température n'est calculée qu'aux noeuds du réseau

qui représentent chacun un sous-ensemble de la machine dans lequel la température est supposée constante [12, 66]. Les échanges de chaleur entre ces différents sous-ensembles sont identifiés et modélisés par des *résistances thermiques*. Leurs valeurs dépendent de la nature de l'échange et de la géométrie du sous-ensemble considéré. Par exemple, une paroi cylindrique de conductivité thermique λ, d'épaisseur $e = R_2 - R_1$, et de longueur L, est représentée par une résistance modélisant le régime permanent, et un condensateur modélisant le régime transitoire comme suit :

$$R_{th} = \frac{1}{2.\pi.L.\lambda} ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \tag{3.1}$$

$$C_{th} = \rho.V.C_p \tag{3.2}$$

avec

V : volume de la partie considérée,
C_p : capacité calorifique $[\frac{J}{kg.K}]$.

La figure 3.1 montre un exemple de réseau thermique équivalent.

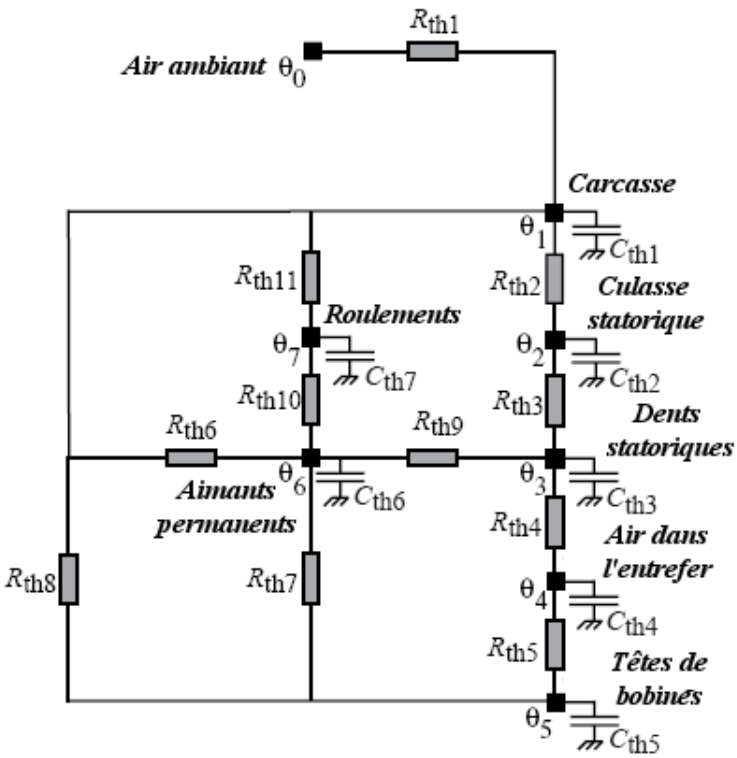

FIG. 3.1 – *Réseau thermique d'un moteur synchrone à aimants [53]*

Dans ce cas, la qualité du résultat dépend du nombre de sous-ensembles [17].

3.1.2 Méthode des éléments finis

Une approche plus locale de l'évolution de la température dans une machine électrique nécessite le recours à des méthodes numériques et notamment à la méthode des éléments finis (MEF). Il s'agit de résoudre les équations aux dérivées partielles qui régissent le bilan énergétique en 3D sur des volumes élémentaires. En effet, les équations du problème magnétique sont similaires à celles du problème thermique, et les calculs numériques permettent de les résoudre en un temps raisonnable. Un avantage de l'utilisation de la MEF est la possibilité de couplage avec d'autres calculs numériques, notamment le couplage magnéto-thermique [24], ou encore le couplage avec la mécanique [61].

Notre objectif est d'estimer la température en tout point de la machine, afin d'approcher le *point chaud*. C'est donc cette dernière méthode que nous adoptons pour la suite de nos travaux.

3.2 Approche générale

L'approche générale de l'étude thermique repose sur un calcul des pertes dans la machine, qui constituent les sources du problème thermique. Le problème thermique est ensuite résolu.

La démarche utilisée est exposée dans l'algorithme 3.2 [47].

- Initialisation : Les différents paramètres géométriques et physiques de la machine sont affectés, et l'alimentation de la machine est fixée,
- Résolution du problème magnétique : Nous avons développé pour cela, un maillage tournant en 2D, qui nous permet calculer sur une période électrique la carte de champ dans la machine pour différents instants,
- Induction dans la machine : A partir du potentiel vecteur, nous calculons l'induction dans chaque triangle du maillage et pour différents instants. Ce qui nous donne l'évolution de l'induction dans chaque triangle en fonction du temps,
- Calcul de la FFT de l'induction : Ce calcul permet de dégager les fréquences et les amplitudes des composantes de l'induction pour chaque triangle,
- Calcul des pertes dans la machine : En dehors des pertes Joule et des pertes mécaniques, ce sont surtout les pertes fer qui nous intéressent pour ce calcul, car elles dépendent des niveaux de saturation et des fréquences de l'induction,
- Résolution du problème thermique : En prenant en compte la géométrie et les propriétés physiques des matériaux, nous utilisons la méthode

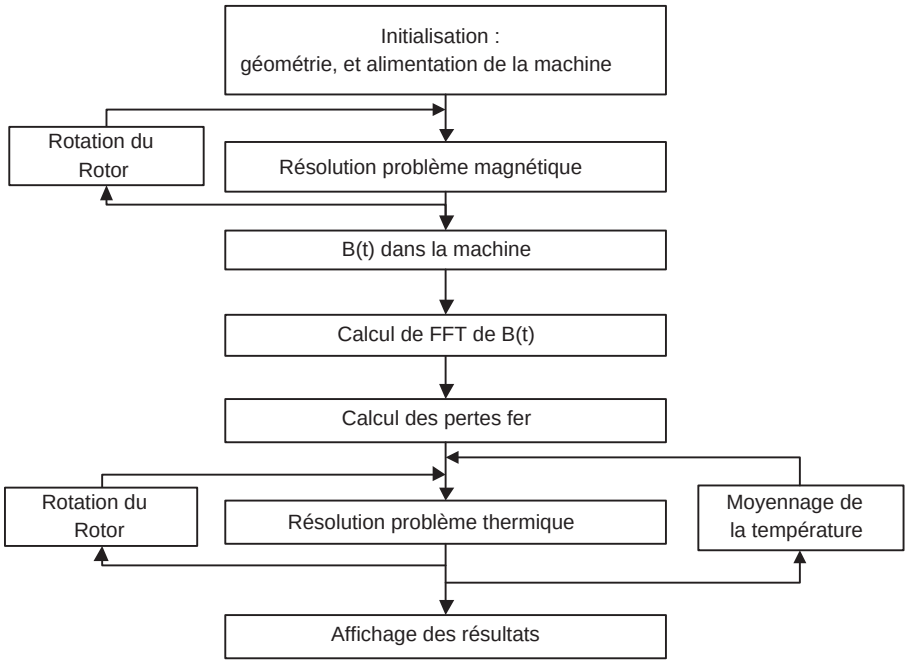

FIG. 3.2 – *Démarche génerale du problème thermique*

des éléments finis pour résoudre le problème thermique. Un modèle 3D a été développé à cet effet que nous présenterons dans la suite,

– Moyennage de la température : Nous verrons qu'il est important de moyenner la température calculée en raison du rotor non cylindrique étudié.

Les différentes étapes de notre démarche sont expliquées dans les paragraphes suivants.

3.3 Paramètres du problème thermique

La figure 3.3 présente les différents échanges de chaleur ayant lieu dans la machine étudiée. En effet, on est en présence d'échanges par conduction, d'échanges par convection, et enfin d'échanges par rayonnement.

On peut y identifier :

– échange par convection entre le rotor et l'entrefer d'une part et entre le stator et l'entrefer d'autre part,
– échange par convection entre les têtes de bobines et l'air environnant,
– échange par convection entre les flasques de la machine et l'air environnant,
– échange par convection et rayonnement entre la carcasse de la machine et l'air ambiant,

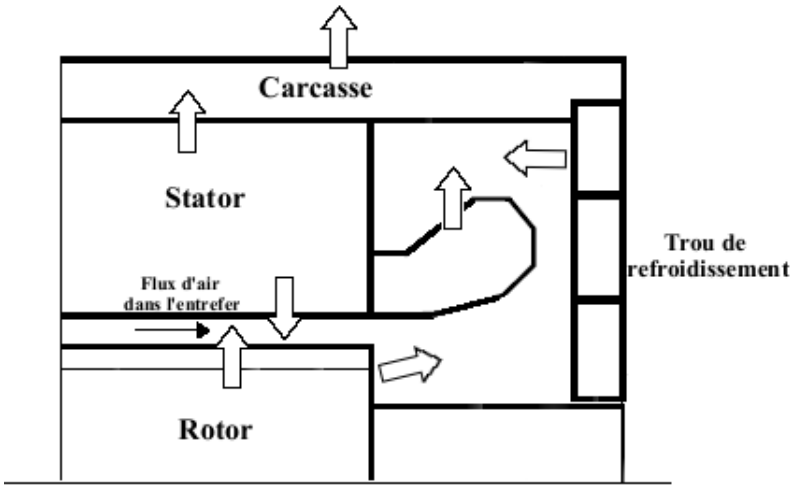

FIG. 3.3 – *Echanges thermiques dans la machine de test*

– diffusion de chaleur par conduction dans le stator et dans le rotor.

Le refroidissement de la machine étudiée peut se faire par convection forcée à l'aide d'un ventilateur externe. De plus, les flasques sont munis de trous d'aération permettent une circulation d'air dans l'entrefer, même lorsque le ventilateur est à l'arrêt. En effet, à haute vitesse de rotation le rotor *aspire* l'air extérieur en raison de la dissymétrie à ces deux extrémités.

Ces différents échanges sont modélisés par des coefficients conductifs ou convectifs, détaillés dans les paragraphes suivants.

3.3.1 Sources thermiques

Les sources du problème thermique sont les pertes électromagnétiques et mécaniques de la machine étudiée. Elles se divisent essentiellement en quatre types :

– les pertes Joule,
– les pertes dans les roulements,
– les pertes fer,
– et les pertes aérodynamiques.

3.3.1.1 Pertes Joule

Lorsqu'un conducteur est parcouru par un courant électrique, continu ou alternatif, il chauffe et dégage une certaine quantité de chaleur. C'est l'effet Joule.

Cette puissance perdue par échauffement est appelée pertes Joule. Elle peut être calculée pour notre machine par :

$$P_j = 3.R_s.I_{eff}^2 \tag{3.3}$$

où R_s est la résistance d'une phase statorique.

Cependant, comme la résistance dépend de la résistivité du matériau des conducteurs, elle même fonction de la température, il est nécessaire de prendre en compte l'élévation de température :

$$\rho_{\theta^0} = \rho_0(1 + a.\theta^0) \tag{3.4}$$

$$R_s(\theta^0) = \rho_{\theta^0}\frac{l}{S} \tag{3.5}$$

avec

a : coefficient de température du matériau, =4 $.10^{-3}$ $[°K^{-1}]$ pour le cuivre,

ρ_0 : résistivité du matériau à 0°C, =1.72 $.10^{-8}$ $[\Omega.m]$ pour le cuivre,

l : longueur du conducteur,

S : section du conducteur.

Un ordre de grandeur des pertes Joule dans les conditions nominales de fonctionnement est :

Paramètres	Valeurs	Unités
Ω	20 000	$[\frac{tr}{min}]$
$R_s(80^0)$	39	[mΩ]
I_{eff}	40	[A]
Pertes Joule	200	[W]

TAB. 3.1 – *Calcul des pertes Joule*

3.3.1.2 Pertes dans les roulements

Les pertes mécaniques dans les roulements sont d'origines diverses :

- contacts élément roulant-chemin de roulement, élément roulant-cage, cage-bagues,
- frottement des joints intégrés aux roulements.

Elles dépendent de nombreux facteurs :

- type de lubrification (huile, graisse, ...),

- viscosité du lubrifiant,
- géométrie des corps roulants, (billes, cylindres, ...),
- charges et vitesses de rotation auxquelles les roulements sont soumis.

L'évaluation de ces pertes peut être faite de deux manières :

- modélisation des différents éléments du roulement : Cette démarche est encore du ressort de la recherche, et elle est employée lorsque les roulements subissent des contraintes très sévères, comme par exemple en aéronautique [22, 45],
- utilisation de formules semi empiriques : Elles sont issues de l'expérimentation, et sont fournies par les constructeurs de roulements, c'est cette démarche que nous adoptons dans notre travail.

Pour des conditions habituelles de fonctionnement, c'est à dire une bonne lubrification, une charge radiale environ dix fois inférieure à la capacité dynamique de base, et une vitesse de rotation inférieure à 20% de la vitesse limite du roulement utilisé, le couple de frottement C_r peut être calculé par la formule suivante [31] :

$$C_r = k_r.R_{roul}.F_r \tag{3.6}$$

avec

R_{roul} : rayon moyen du roulement [m],
F_r : charge radiale transmise [N],
k_r : coefficient variant en fonction du type de roulement.

Des valeurs typiques du coefficient k_r sont données dans le tableau 3.2 :

Paramètre k_r	Conditions
$k_r = 0.001$	roulements rigides à billes, à rouleaux cylindriques, ou à rotules sur billes,
$k_r = 0.002$	roulements à billes à contacts obliques, butées à billes, à rouleaux coniques, ou à rotule sur rouleaux,
$k_r = 0.003$ *à* 0.004	roulements à aiguilles, ou butées à aiguilles et à rouleaux.

TAB. 3.2 – *Coefficient k_r pour différents types de roulements [31]*

On peut donc estimer le couple des frottements dans les roulements de notre machine en considérant les valeurs du tableau 3.3.

Finalement, les pertes dans les roulements à vitesse nominale $\Omega = 20\,000 tr/min$ s'élèvent à :

Paramètres	Valeurs
k_r	0.001 [SI]
F_r	50N
R_{roul}	$\frac{14.10^{-3}+32.10^{-3}}{2} = 23.10^{-3}m$
C_r	$1.15.10^{-3}Nm$

TAB. 3.3 – *Calcul des pertes dans les roulements*

$$P_r = C_r.2.\pi.f \qquad \text{avec } f = 333Hz \tag{3.7}$$

$$P_r = 2.04W \tag{3.8}$$

Ces pertes restent faibles, même pour la vitesse de rotation nominale de 20 000 tr/min. Elles seront donc négligées dans le reste de notre travail.

3.3.1.3 Pertes fer

Les pertes fer dans la machine de test constituent une part importante des sources de chaleur. A la différence des pertes Joule calculées simplement à partir du courant d'alimentation, et des pertes mécaniques estimées par des formules analytiques, nous déterminons la distribution des pertes fer dans la machine par une résolution du problème magnétique à l'aide de la méthode des éléments finis.

Nous détaillons dans les paragraphes suivants la méthode utilisée.

a Généralités Les pertes fer sont appelées ainsi, car elles prennent naissance dans les matériaux à base du fer. Elles regroupent *les pertes par hystérésis*, et *les pertes par courants de Foucault.*

Plusieurs modèles ont été proposés pour les estimer et l'on peut ainsi citer : Le modèle de Pry et Bean, le modèle de Bertotti, et les modèles de Preisach statique et dynamique permettant la prise en charge de façon détaillée du cycle d'hystérésis, [54, 13, 62].

b Pertes par Hystéresis Elles correspondent à *une modification locale du mouvement des électrons liés au noyau, qui modifie l'orientation des moments magnétiques des atomes associés, sous l'effet de la variation du champ magnétique* [31].

Cette définition considère l'organisation des atomes en domaines de Weiss, et permet à partir des équations locales de Maxwell de donner une estimation sous forme d'une intégrale :

$$P_h = \int_V \left(\frac{1}{\tau} \int HdB \right) dV \tag{3.9}$$

avec τ : période de l'onde d'excitation.

c Pertes par courants de Foucault Ces pertes correspondent à un déplacement des électrons libres du matériau sous l'effet d'une variation du flux magnétique. En effet, selon la loi de Faraday, une variation temporelle du flux magnétique dans le fer d'une machine électrique induit une force électromotrice (f.e.m). Ces f.e.m. générées dans des alliages conducteurs, de faible résistivité (pour le fer, elle avoisine $50\,.10^{-8}\,\Omega.m$), donnent naissance à des courants qui se referment dans la masse du fer. Ce sont ces courants induits qui occasionnent les pertes par courant de Foucault.

Ces pertes peuvent être estimées par :

$$P_{fo} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\int_V \rho J^2 dV dt \tag{3.10}$$

avec J : densité locale des courants induits.

Pour estimer les pertes fer, deux paramètres intrinsèques au matériau sont nécessaires : La résistivité et la perméabilité magnétique. Or, ces paramètres dépendent de nombreuses grandeurs dont principalement la température, la pression et les états métallurgiques et magnétiques du matériaux (processus de fabrication, découpage et encochage des tôles, pression de serrage des tôles, saturation magnétique, alimentation non sinusoïdale, ...). Dans notre travail de recherche, nous avons utilisé une approximation habituelle :

$$P_{fe} = P_h + P_{fo} \tag{3.11}$$

$$P_{fe} = k_h.f.B_{max}^2 + k_{fe}.(e.f)^2.B_{max}^{\beta} \tag{3.12}$$

avec

P_{fe} : densité volumique des pertes fer,
f : fréquence de l'induction magnétique,
e : épaisseur de la tôle,
B_{max} : induction maximale à la fréquence f,
k_h, k_{fe}, β : coefficients fournis par le constructeur.

Cette formule est valable pour un matériau homogène et isotrope, soumis à un champ sinusoïdal uniforme. Cependant, pour notre travail elle constitue une *bonne* approximation pour deux raisons :

- le courant d'alimentation est *presque* sinusoïdal (faible taux d'harmonique),

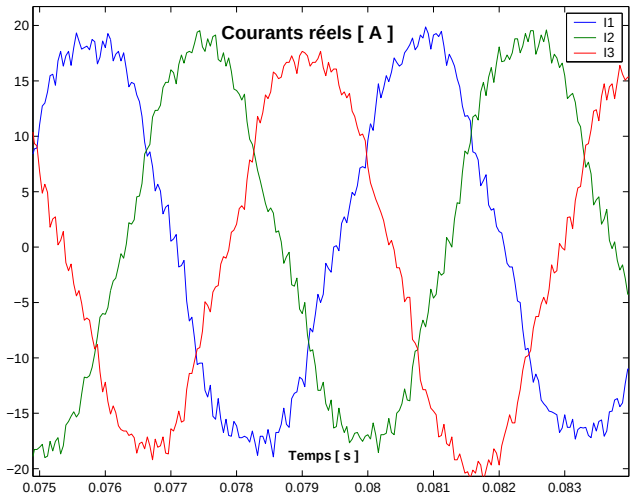

FIG. 3.4 – *Allure des courants mesurés*

– il est possible d'introduire des coefficients correcteurs afin de prendre en compte des modifications subies par les tôles magnétiques et de caler ce modèle aux mesures avec une précision *suffisante* [31].

Finalement, la formule employée pour l'estimation des pertes est :

$$P_{fe} = k_h.f.B_{max}^2 + k_{fa}.f^2.B_{max}^{\beta} \tag{3.13}$$

avec les coefficients suivants :

Paramètres	Valeurs [SI]
k_h	123.6
k_{fa}	3.7
β	1.8

TAB. 3.4 – *Coefficients de calcul des pertes fer dans les tôles magnétiques*

d Courants mesurés Nous présentons l'allure des courants mesurés de la MSRV alimentée par un onduleur de tension. Ces courants sont obtenus lors d'un fonctionnement à vide, à une vitesse de rotation de 12 000tr/min. Leurs allures temporelles sont présentées, ainsi que leurs transformées de Fourier (figures 3.4 et 3.5).

On peut noter à part le fondamental à 200Hz, la présence de composantes harmoniques 5 et 7. Ces composantes impaires créent des champs magnétiques tournants et contribuent à augmenter les pertes fer totales.

Cependant, leurs valeurs faibles par rapport au fondamental (3 % pour l'harmonique 5 et 1 % pour l'harmonique 7) nous autorisent à les négliger sans pour autant perdre en précision des résultats.

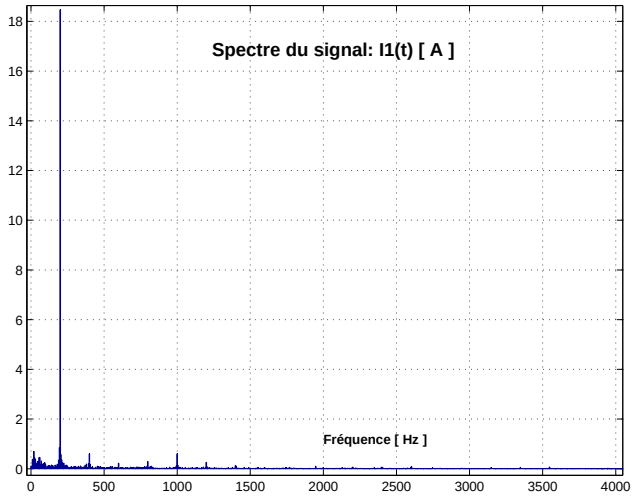

FIG. 3.5 – *Transformée de Fourier des courants mesurés*

Dans ce cas, l'hypothèse adoptée est que *la machine électrique est alimentée par un système triphasé sinusoïdal de courant*, correspondant à la valeur du fondamental mesuré :

$$\begin{cases} I_1 &= I_{eff}.cos(\omega t + \phi) \\ I_2 &= I_{eff}.cos(\omega t + \phi - \frac{2\pi}{3}) \\ I_3 &= I_{eff}.cos(\omega t + \phi - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \tag{3.14}$$

La simulation utilise un maillage tournant que nous avons développé afin de simuler la rotation du rotor. Ce calcul est mené sur une période électrique complète afin d'avoir l'évolution de l'induction sur un période entière.

e Calcul des inductions dans la machine Nous désirons calculer l'évolution de l'induction dans chaque triangle du maillage en fonction du temps. Pour cela, nous résolvons le problème électromagnétique sur une période complète de rotation. A chaque pas angulaire, nous obtenons la carte du champ potentiel vecteur. La carte de l'induction dans la machine est calculée ensuite par application de l'opérateur rotationnel.

Nous présentons un exemple de carte de la norme d'induction dans la machine à 12 000tr/min en fonctionnement à vide, ainsi que l'évolution de l'amplitude de l'induction en différents points de la machine, avec sa décomposition en série de Fourier dans les figures 3.6 à 3.9. Comme la norme est toujours positive, la décomposition est faite en inversant la valeur de $|B|$ une fois sur deux entre deux passages par zéro.

Les dents statoriques sont plus saturées que la culasse, qui est plus saturée que le rotor. L'évolution de l'induction dans le stator montre une

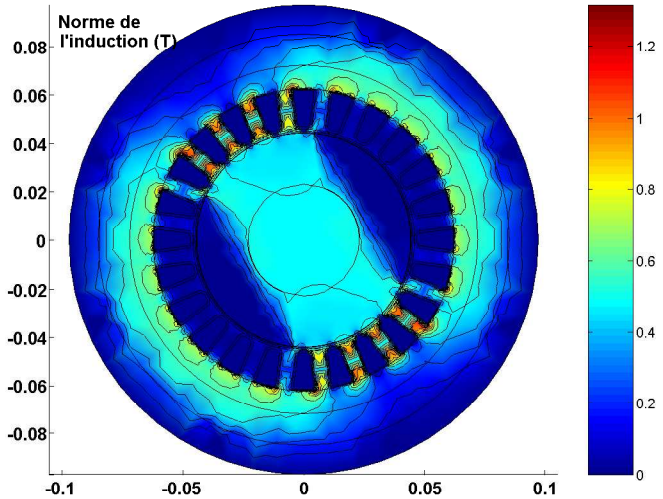

FIG. 3.6 – *Carte de l'induction magnétique en fonctionnement à vide de la MRV*

fréquence fondamentale à 200Hz, et selon l'endroit de la machine des harmoniques impaires plus ou moins importants.

Comme prévu, l'induction dans le rotor ne contient pas de fréquence à 200Hz, car la rotation du rotor est synchrone au champ statorique. En revanche, les harmoniques d'encoches restent visibles ($24 \bullet 200 = 4800Hz$).

f Estimation des pertes fer Le calcul de l'évolution de l'induction dans la machine en fonction du temps permet d'estimer les pertes fer. En effet, à partir de la transformée de Fourier de l'induction dans chaque triangle nous séparons la contribution de chaque harmonique i de l'induction dans la densité volumique des pertes fer totales dans un triangle, par la formule que nous rappelons ici :

$$Pi_{trg-fe} = k_h.f_i.Bi_{max}^2 + k_{fa}.f_i^2.Bi_{max}^{\beta} \tag{3.15}$$

avec

f_i : fréquence de l'harmonique i de l'induction magnétique,

Bi_{max} : amplitude de l'harmonique de l'induction à la fréquence f_i,

$k_h = 123.6\,[SI]$, $k_{fa} = 3.7\,[SI]$, $\beta = 1.8\,[SI]$: coefficients fournis par le constructeur.

La densité volumique des pertes fer totales dans un triangle de la machine

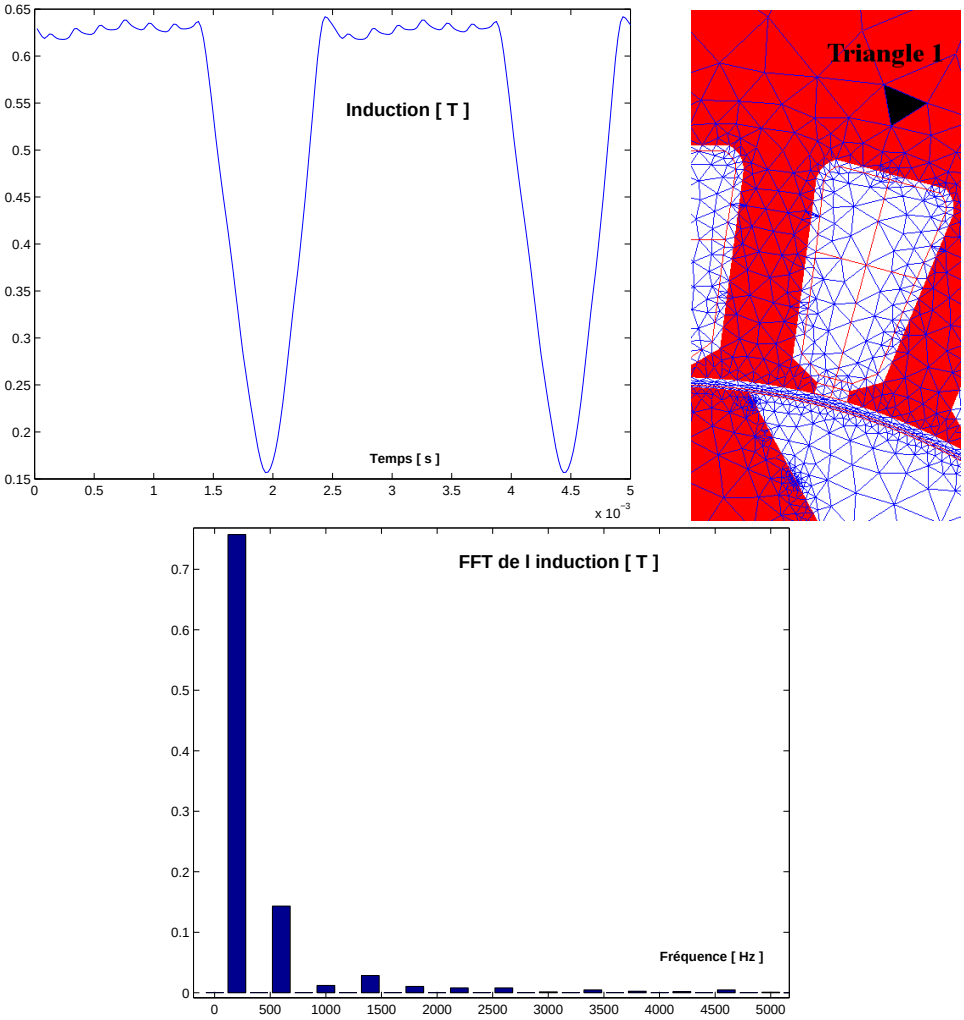

FIG. 3.7 – *Evolution de la norme de l'induction magnétique dans la culasse statorique et sa FFT*

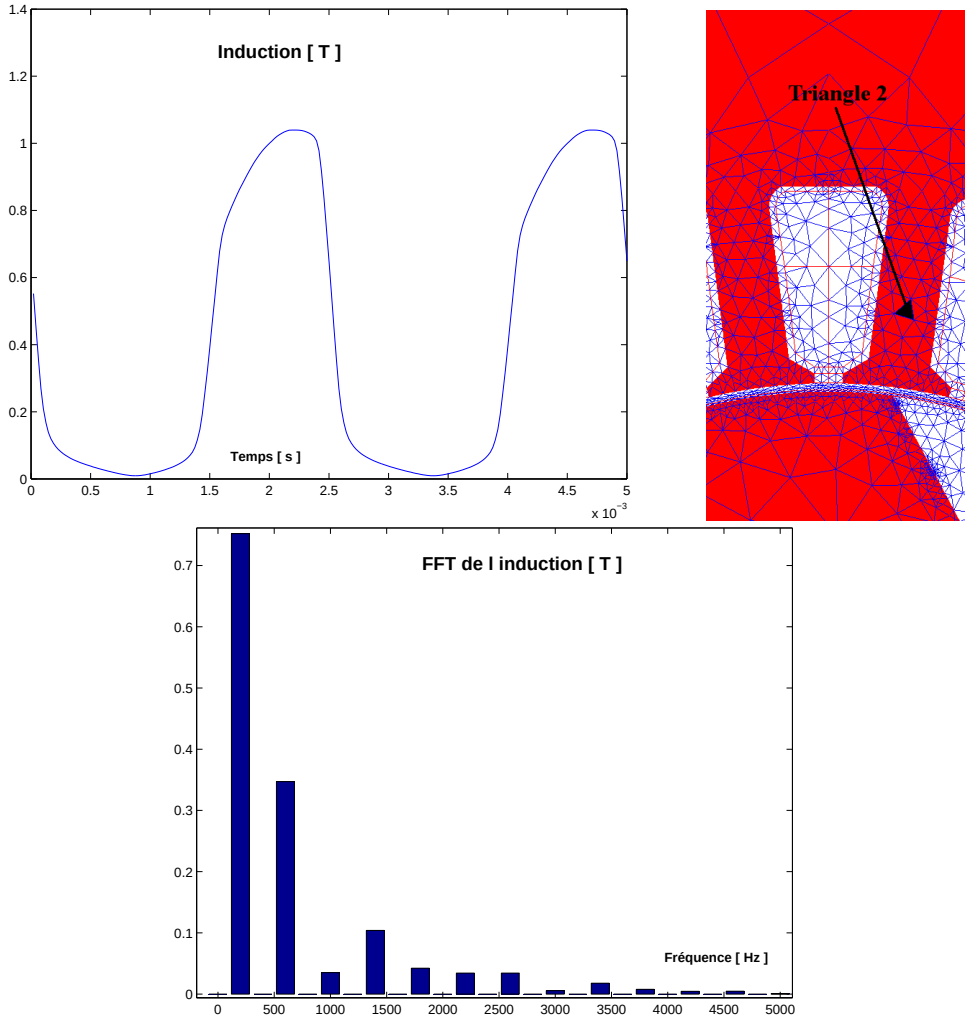

FIG. 3.8 – *Evolution de la norme de l'induction magnétique dans une dent statorique et sa FFT*

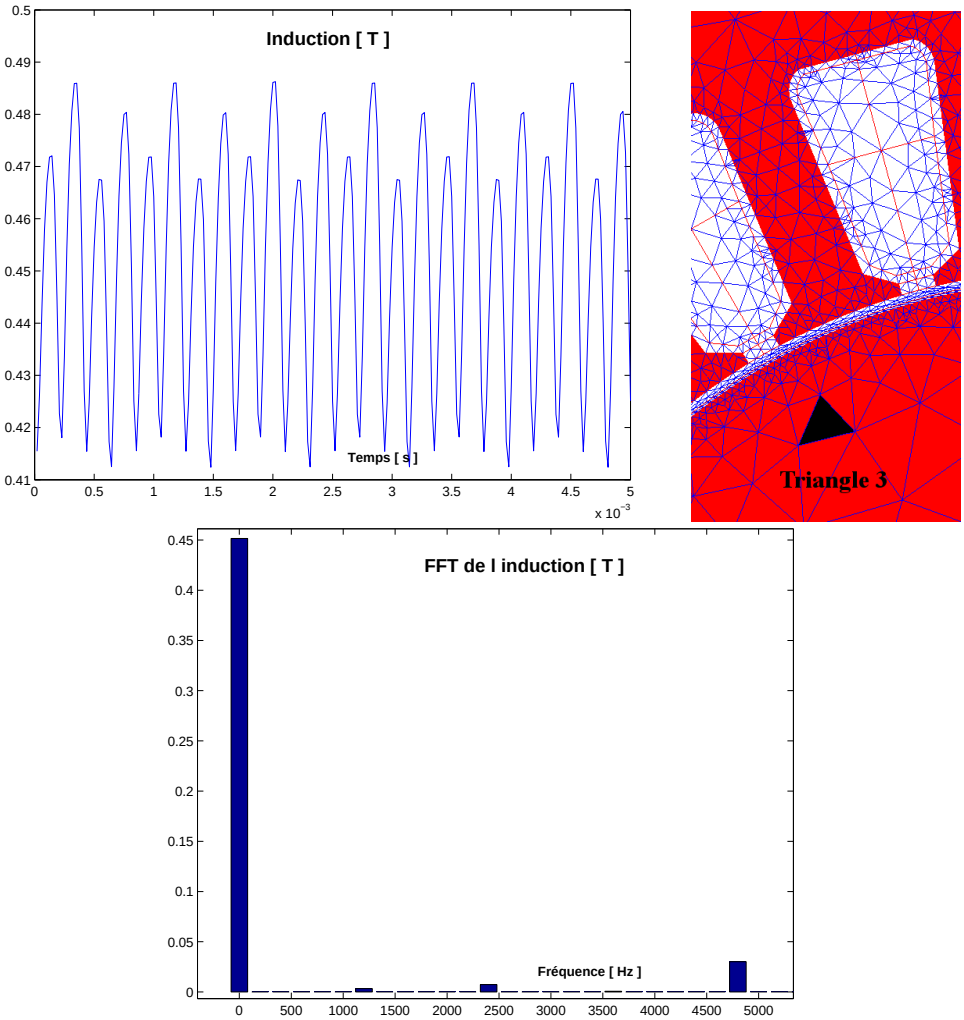

FIG. 3.9 – *Evolution de la norme de l'induction magnétique dans le rotor et sa FFT*

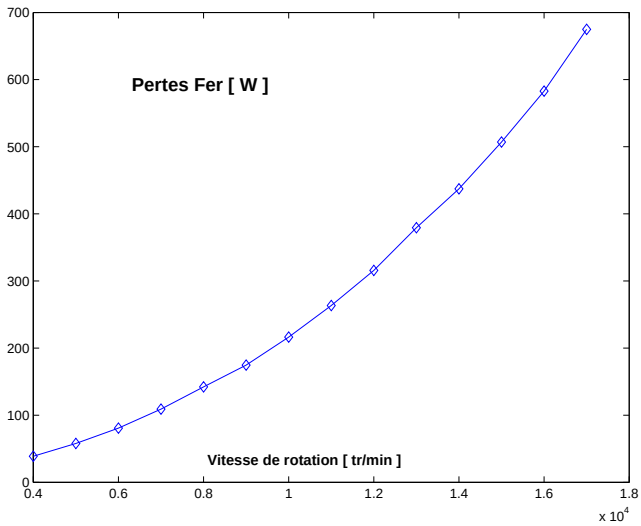

FIG. 3.10 – *Pertes fer estimées*

regroupe l'ensemble des contributions des densités volumiques des pertes fer harmoniques dans ce même triangle:

$$P_{trg-fe} = \sum_{i=1}^{N_h} Pi_{trg-fe} \tag{3.16}$$

$$P_{trg-fe} = \sum_{i=1}^{N_h} \left(k_h.f_i.B_i^2 + k_{fa}.f_i^2.B_i^{\beta} \right) \tag{3.17}$$

où N_h est le nombre d'harmoniques d'induction considérés.

Pour le calcul des densités de pertes, nous avons considéré les 11 premiers harmoniques impairs de l'induction, les autres étant négligeables comme le montrent les transformées de Fourier d'induction présentées (figures 3.7-3.9).

Les pertes fer estimées par notre modèle pour un fonctionnement à vide en fonction de la vitesse de rotation sont présentées dans la figure 3.10.

3.3.1.4 Pertes aérodynamiques

Le fluide gazeux confiné dans le volume de l'entrefer d'une machine frotte sur la surface du rotor en mouvement. Lorsque la vitesse périphérique est importante, comme c'est le cas pour les machines rapides, ce frottement est source de pertes non négligeables à la surface du rotor.

Selon la géométrie du rotor, plusieurs cas sont à distinguer :

a Entrefer constant Deux cas sont encore à prendre en compte :

Régime laminaire La contrainte exercée sur le fluide est :

$$\sigma = \frac{v.t}{\delta} \tag{3.18}$$

avec

v : vitesse périphérique du rotor,
t : variable temporelle,
δ : entrefer de la machine.

et la force élémentaire d'entraînement du rotor, par unité de surface est [31]:

$$\frac{dF}{dS} = \eta \frac{d\sigma}{dt} = \eta . \frac{v}{\delta} \tag{3.19}$$

où η est la viscosité dynamique du gaz $[\frac{kg}{ms}]$.

La force F se déduit alors par :

$$F = \eta . \frac{v.S}{\delta} \tag{3.20}$$

où S est la surface du rotor.

et les pertes aérodynamiques s'écrivent :

$$P_a = \frac{\eta.S.v^2}{\delta} \tag{3.21}$$

On peut introduire le nombre de Reynolds :

$$R_e = \rho \frac{v.\delta}{\eta} = \frac{v.\delta}{\nu} \tag{3.22}$$

avec

ρ : masse volumique du gaz,
ν : viscosité cinématique du gaz $[\frac{m^2}{s}]$, ($=\frac{\eta}{\rho}$).

et la surface du rotor :

$$S = \pi.D_r.L_r \tag{3.23}$$

avec

D_r : diamètre du rotor,
L_r : longueur du rotor.

ce qui permet d'écrire :

$$P_a = \frac{1}{R_e}\pi.D_r.L_r.\rho v^3 \tag{3.24}$$

On définit généralement un coefficient de frottement :

$$R_{ei} = \frac{2}{R_e} \tag{3.25}$$

ce qui donne finalement la formule suivante :

$$P_a = \frac{R_{ei}}{2}\pi.D_r.L_r.\rho v^3 = 2.255\,.10^{-4}.R_{ei}.L_r.\rho.D_r^4\Omega^3 \tag{3.26}$$

Cette formule est valable pour un régime laminaire ($R_e << 1\ 000$), et pour un rotor cylindrique tournant à la vitesse Ω[tr/min].

Régime turbulent En régime turbulent, la formule 3.26 reste valable à condition de modifier la loi $R_{ei}(R_e)$. En effet, si l'on admet en première approximation que la théorie de l'écoulement turbulent entre deux plans parallèles peut s'appliquer, c'est à dire $2\delta << D_r$, et que les effets de la force centrifuge sont négligeables, alors les nombres R_{ei} et R_e sont reliés par la relation suivante [77] :

$$\frac{1}{\sqrt{R_{ei}}} = 2.04 + 1.768.ln(R_e.\sqrt{R_{ei}}) \tag{3.27}$$

qui est traduite sur la figure 3.11.

Ainsi, on calcule d'abord le nombre de Reynolds R_e, ensuite, on calcule le coefficient de frottement R_{ei} soit en résolvant l'équation 3.27, soit en utilisant le graphique de la figure 3.11. Les pertes aérodynamiques sont enfin estimées par la formule 3.26.

b Entrefer variable Si le rotor est à pôles saillants, l'expérience montre que la formule 3.26 reste utilisable à condition de multiplier les pertes par un coefficient correcteur K [77].

D'après les mesures de puissances qui seront présentées dans le chapitre 5, nous avons trouvé un coefficient correcteur $K = 3.7$.

3.3.2 Conductivité thermique

La conductivité thermique est une constante thermo-physique caractérisant le comportement des matériaux lors du transfert de chaleur par conduction. Elle représente la chaleur transférée par unité de surface, dans une unité de temps sous un gradient de température. Elle doit être déterminée dans toutes les parties de la machine.

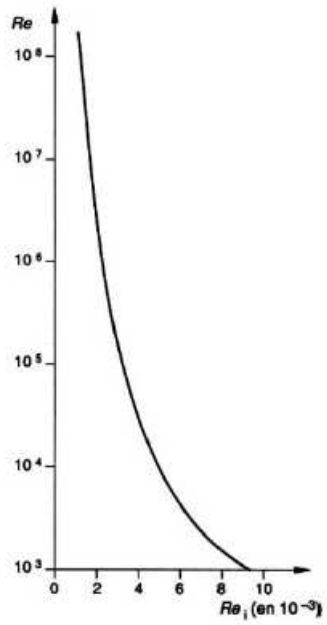

FIG. 3.11 – *Relation entre le nombre de Reynolds et le coefficient de frottement en régime turbulent [77]*

Pour les régions homogènes et supposées isotropes, comme la carcasse de la machine ou le rotor, la littérature fournit les valeurs de la conductivité thermique. En revanche, pour les parties composées de plusieurs matériaux, comme le bobinage statorique, les tôles magnétiques ou les têtes de bobines, une homogénéisation est nécessaire. En effet, le matériau réel est remplacé par un matériau fictif aux propriétés homogènes équivalentes.

3.3.2.1 Bobinage statorique

Deux cas sont à distinguer :

a Flux de chaleur longitudinal Dans ce cas, le vecteur de flux de chaleur est parallèle aux conducteurs statoriques. La conductivité thermique équivalente dans le sens du flux est alors calculée par une pondération volumique des constituants du matériau.

L'encoche statorique n'est jamais complètement "remplie" de conducteurs. Le taux de remplissage du cuivre atteint rarement 50%, et on est donc, pratiquement en présence de deux matériaux : le cuivre des conducteurs, et la résine des isolants.

On peut alors calculer la conductivité équivalente du bobinage statorique par [17] :

$$\lambda_{equ} = \alpha\lambda_{cuivre} + (1-\alpha)\lambda_{resine} \tag{3.28}$$

avec

α : taux de remplissage du cuivre dans l'encoche du stator.

b Flux de chaleur transversal Dans ce cas, le flux de chaleur traverse les constituants du matériau, à savoir le cuivre, et l'isolant. On peut alors estimer la conductivité à l'aide de la formule suivante [17] :

$$\frac{e_1 + e_2}{\lambda_{equ}} = \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} \tag{3.29}$$

avec

e_1, e_2 : épaisseur des matériaux 1, et 2 respectivement.

λ_1, λ_2 : conductivité thermique des matériaux 1, et 2 respectivement.

on peut écrire encore :

$$\frac{e_{Cu} + e_{Is}}{\lambda_{equ}} = \frac{e_{Cu}.\lambda_{Is} + e_{Is}.\lambda_{Cu}}{\lambda_{Cu}.\lambda_{Is}} \tag{3.30}$$

Or la conductivité thermique de l'isolant est très petite devant celle du cuivre, l'équation 3.29 devient alors :

$$\frac{e_{Cu} + e_{Is}}{\lambda_{equ}} \approx \frac{e_{Is}.\lambda_{Cu}}{\lambda_{Is}.\lambda_{Cu}} \tag{3.31}$$

$$\frac{e_{Cu} + e_{Is}}{\lambda_{equ}} \approx \frac{e_{Is}}{\lambda_{Is}} \tag{3.32}$$

Ainsi, dans la direction radiale, la conductivité thermique correspond approximativement à celle de l'isolant.

3.3.2.2 Têtes de bobines

Les têtes de bobines sont modélisées à part, car elles nécessitent un changement de repère lors du calcul de la conductivité thermique. En effet, le modèle adopté est celui d'une couronne regroupant toutes les portions de têtes de bobines parcourues en moyenne par le même courant d'une encoche. La figure 3.12 montre ce modèle.

Dans cette géométrie, la conductivité thermique dans le sens (Oz) est celle d'un matériau cuivre/résine; elle peut être calculée par l'équation 3.32. Elle est approximativement égale à la conductivité de la résine.

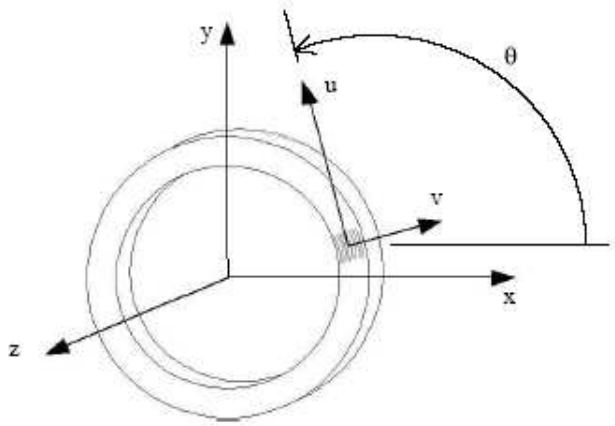

FIG. 3.12 – *Modèle utilisé pour les têtes de bobines [17]*

En revanche, la conductivité thermique en fonction des coordonnées x et y dépend d'une combinaison des conductivités thermiques longitudinale et transversale du matériau.

Soit un matériau possédant deux propriétés λ_u et λ_v, suivant les vecteurs $(\vec{u}, \vec{v})$. Nous cherchons le tenseur modélisant le même comportement thermique selon les axes $(\vec{x}, \vec{y})$.

Dans le repère $(\vec{e}_u, \vec{e}_v)$, la loi de Fourier s'écrit :

$$\begin{cases} \vec{q}_u &= -\lambda_u . \frac{\partial T}{\partial u} . \vec{u} \quad \text{selon } \vec{u} \\ \vec{q}_v &= -\lambda_v . \frac{\partial T}{\partial v} . \vec{v} \quad \text{selon } \vec{v} \end{cases} \tag{3.33}$$

la matrice de passage entre les repères $(\vec{x}, \vec{y})$ et $(\vec{u}, \vec{v})$ est la matrice de rotation :

$$\begin{bmatrix} \vec{u} \\ \vec{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sin(\theta) \\ -sin(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

En remplaçant cette expression dans l'équation 3.33, on obtient :

$$\begin{cases} \vec{q}_u &= -\lambda_u \frac{\partial T}{\partial u} cos(\theta) . \vec{x} - \lambda_u \frac{\partial T}{\partial u} sin(\theta) . \vec{y} \\ \vec{q}_v &= \lambda_v \frac{\partial T}{\partial v} sin(\theta) . \vec{x} - \lambda_v \frac{\partial T}{\partial v} cos(\theta) . \vec{y} \end{cases} \tag{3.35}$$

Ensuite, par une projection sur les axes (x,y) on obtient :

$$\begin{cases} q_x &= -\lambda_u \frac{\partial T}{\partial u} cos(\theta) + \lambda_v \frac{\partial T}{\partial v} sin(\theta) \\ q_y &= -\lambda_u \frac{\partial T}{\partial u} sin(\theta) - \lambda_v \frac{\partial T}{\partial v} cos(\theta) \end{cases} \tag{3.36}$$

or,

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial u} &= \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial T}{\partial v} &= \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v} \end{cases} \tag{3.37}$$

et par suite,

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial u} &= \frac{\partial T}{\partial x}cos(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}sin(\theta) \\ \frac{\partial T}{\partial v} &= -\frac{\partial T}{\partial x}sin(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}cos(\theta) \end{cases} \tag{3.38}$$

On réexprime ainsi, les dérivées $\frac{\partial T}{\partial u}$ et $\frac{\partial T}{\partial v}$ dans l'équation 3.36 :

$$\begin{cases} q_x &= -\lambda_u\left[\frac{\partial T}{\partial x}cos(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}sin(\theta)\right]cos(\theta) + \lambda_v\left[-\frac{\partial T}{\partial x}sin(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}cos(\theta)\right]sin(\theta) \\ q_y &= -\lambda_u\left[\frac{\partial T}{\partial x}cos(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}sin(\theta)\right]sin(\theta) - \lambda_v\left[-\frac{\partial T}{\partial x}sin(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y}cos(\theta)\right]cos(\theta) \end{cases} \tag{3.39}$$

soit,

$$\begin{cases} q_x &= -\left[\lambda_u cos^2(\theta) + \lambda_v sin^2(\theta)\right]\frac{\partial T}{\partial x} + \left[sin(\theta)cos(\theta)\big(-\lambda_u + \lambda_v\big)\right]\frac{\partial T}{\partial y} \\ q_y &= \left[sin(\theta)cos(\theta)\big(-\lambda_u + \lambda_v\big)\right]\frac{\partial T}{\partial x} - \left[\lambda_u sin^2(\theta) + \lambda_v cos^2(\theta)\right]\frac{\partial T}{\partial y} \end{cases} \tag{3.40}$$

On obtient finalement l'expression du tenseur des conductivités thermiques :

$$\begin{bmatrix} \lambda xx & \lambda xy \\ \lambda yx & \lambda yy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_u cos^2(\theta) + \lambda_v sin^2(\theta) & sin(\theta)cos(\theta)\big(\lambda_u - \lambda_v\big) \\ sin(\theta)cos(\theta)\big(-\lambda_u + \lambda_v\big) & \lambda_u sin^2(\theta) + \lambda_v cos^2(\theta) \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

3.3.2.3 Tôles statoriques

L'homogénéisation des tôles magnétiques dans le sens radial conduit à la même équation que pour le bobinage statorique :

$$\lambda_{equ} = \alpha\lambda_{tole} + (1-\alpha)\lambda_{oxyde} \tag{3.42}$$

avec

α : taux de remplissage du fer dans les tôles du stator, proche de 1.

Dans le sens axial, la conductivité équivalente est donnée par la relation 3.29, que l'on applique au fer magnétique et à l'oxyde. La conductivité équivalente est alors approximativement égale à celle de l'oxyde.

3.3.3 Coefficients d'échange convectif et par rayonnement

Une difficulté majeure de notre étude concerne la détermination des coefficients d'échange convectif dans la machine. En effet, ces coefficients synthétisent plusieurs informations concernant la géométrie du problème, et les conditions de circulation du fluide au sein de la machine. Ils sont généralement déterminés en confrontant des simulations analytico-numériques, et de nombreuses expérimentations en laboratoire.

3.3.3.1 Carcasse extérieure

L'échange thermique entre la carcasse et l'air ambiant se fait par convection et par rayonnement. De plus, la présence d'ailettes de refroidissement favorise cet échange de chaleur, car elle augmente sa surface.

a Convection naturelle Nous nous intéressons en premier lieu, à l'échange par convection à la surface extérieure de la carcasse avec l'air ambiant. Cet échange peut être modélisé par une convection naturelle à la surface d'un cylindre horizontal.

On peut alors, utiliser la corrélation de Churchill et Chu [59] :

$$P_r = \frac{C_p \nu}{\lambda} \tag{3.43}$$

$$G_r = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)D_c^3}{\eta^2} \tag{3.44}$$

$$\tag{3.45}$$

avec

g : gravité terrestre, $= 9.8\,[\frac{m}{s^2}]$,
D_c : diamètre externe de carcasse [m],
P_r : nombre de Prandlt [-],
ν : viscosité cinématique de l'air $[\frac{m^2}{s}]$,
G_r : nombre de Grashof [-],
η : viscosité dynamique de l'air $[\frac{kg}{ms}]$,
β : paramètre de valeur $\beta = \frac{1}{T_\infty}$ $[°C^{-1}]$,

T_w et T_∞ : température de la carcasse et de l'air ambiant, respectivement [°C].

On peut calculer le nombre de Nusselt dans ce cas par :

$$N_u = 0.6 + \frac{0.387(G_r P_r)^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0.559}{P_r}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^2} \tag{3.46}$$

Le coefficient d'échange convectif est alors :

$$h_{convnat} = \frac{\lambda N_u}{D_c} \tag{3.47}$$

$$h = \frac{\lambda N_u}{D_c} \tag{3.48}$$

b Ailettes de refroidissement Le refroidissement de la machine étudiée est assuré en partie par 24 ailettes de refroidissement. Leur contribution à l'échange convectif se traduit par une amélioration de l'échange convectif d'un rapport proche du rapport des surfaces, comme suit [65]:

$$m_{ailettes} = \xi \frac{S_2}{S_1} \tag{3.49}$$

avec

S_1 : surface totale d'échange sans les ailettes,
S_2 : surface totale d'échange avec les ailettes,
ξ : efficience d'ailette donnée par la formule suivante [17] :

$$\xi = \frac{1}{nd} . \frac{\frac{h}{\lambda n} + tanh(nd)}{1 + \frac{h}{\lambda n} + tanh(nd)} \quad \text{avec} \quad n = \sqrt{\frac{2h}{\lambda l}} \tag{3.50}$$

où h est le coefficient d'échange convectif moyen de l'ailette.

La figure 3.13 montre les paramètres d'une ailette.

c Echange de chaleur par rayonnement La température de fonctionnement de la carcasse de la machine de test (classe F), peut dépasser en charge 100°C. Or, à cette température le rayonnement n'est plus négligeable. L'échange par rayonnement de la carcasse avec l'air ambiant peut être modélisé par un coefficient tel que :

$$h_{rayonnement} = \epsilon . \sigma_b (T^3 + T^2 . T_a + T . T_a^2 + T_a^3) \tag{3.51}$$

avec

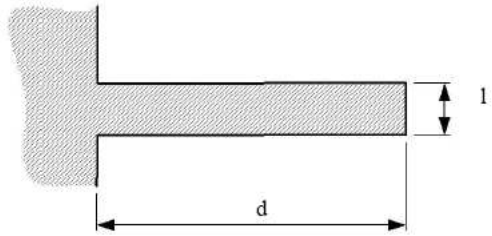

FIG. 3.13 – *Paramètres d'une ailette de refroidissement*

ϵ : émissivité du matériau [sans unité],
σ_b : constante de Stefan-Boltzman = 5.67 10^{-8} $[\frac{W}{m^2.K^4}]$,
T : température de la carcasse,
T_a : température ambiante loin de la machine.

Le coefficient d'échange convectif global de la carcasse avec l'air ambiant, est calculé comme suit :

$$h_{carcasse} = (h_{convnat} + h_{rayonnement}).m_{ailettes} \tag{3.52}$$

Dans notre cas, les différents coefficients convectifs obtenus sont donnés dans le tableau 3.5.

Paramètres	Valeurs	Unités
$h_{convnat}$	5.8	$[\frac{W}{m^2.C}]$
$h_{rayonnement}$	5.4	$[\frac{W}{m^2.C}]$
$m_{aillettes}$	2.1	[–]
$h_{carcasse}$	24	$[\frac{W}{m^2.C}]$

TAB. 3.5 – *Coefficients d'échange convectif de la carcasse avec l'air ambiant*

Le coefficient $h_{rayonnement}$ est calculé pour une température de $T = 350°K$ et $T_a = 298°K$.

3.3.3.2 Extrémités du rotor et têtes de bobines

Les extrémités du rotor peuvent être assimilées à un cylindre plein en rotation dans un autre cylindre fixe. On peut alors utiliser la relation de Becker et kaye pour estimer les nombres de Taylor et de Nusselt [10]:

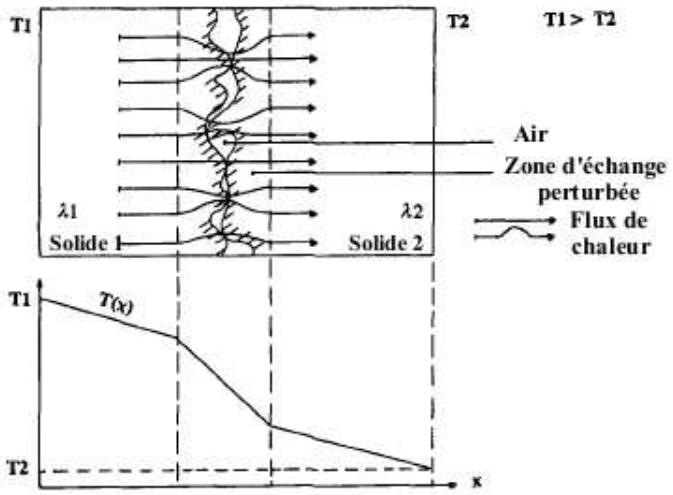

FIG. 3.14 – *Surface de contact effective [30]*

$$T_a = \frac{\Omega^2 R_r.\delta^3}{\nu^2} \tag{3.53}$$

$$Nu = 0.409.T_a^{0.241} \qquad \text{à la condition : } 10^4 < T_a < 10^7 \tag{3.54}$$

On en déduit le coefficient d'échange :

$$h = \frac{\lambda N_u}{D_r} \tag{3.55}$$

Dans le cas de notre machine : h=4.5 $[\frac{W}{m^2.C}]$.

Comme les têtes de bobines et les extrémités du rotor sont refroidis de façon similaire, on leur a alors affecté le même coefficient d'échange.

3.3.4 Résistances de contact

La formation d'interface solide - solide, lors d'assemblages industriels, ne peut donner lieu à un contact parfait entre ces solides. Pour illustrer l'effet de contacts imparfaits entre deux solides, nous considérons le schéma de la figure 3.14. Entre les zones de contact subsiste un espace, en général mauvais conducteur, qui constitue un frein au transfert de chaleur. Ce flux passe de manière préférentielle au niveau des contacts directs, là où le passage de la chaleur est facilité. Le champ de température se trouve donc considérablement perturbé dans la région localisée de part et d'autre de l'interface.

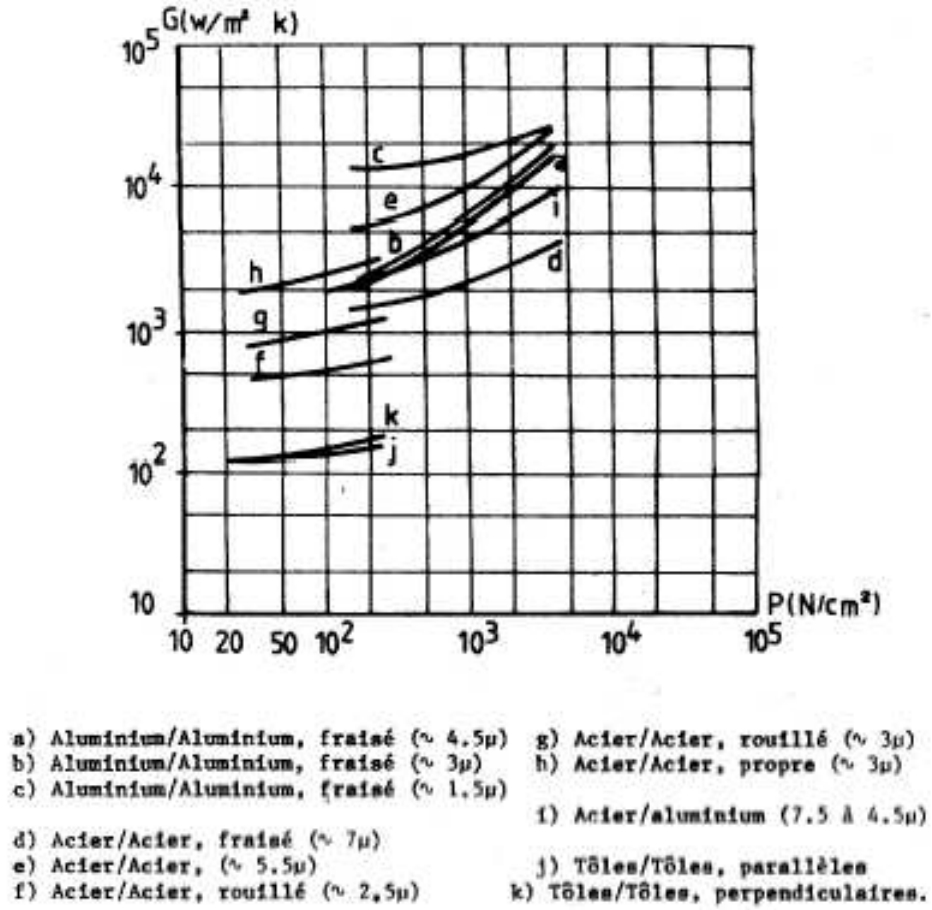

FIG. 3.15 – *Conductances surfaciques [17]*

Ces perturbations dépendent des propriétés physiques des solides en contact, de l'état des surfaces et de la pression de contact comme le montre la figure 3.14.

Deux contacts sont importants à modéliser :

- Le contact entre l'arbre et les roulements,
- Le contact entre la carcasse et la tôle du stator.

3.3.4.1 Contact entre l'arbre et les roulements à billes

La pression entre l'arbre et le roulement est de l'ordre de 1 000$\frac{N}{cm^2}$. La conductance dans ce cas est de l'ordre de 10 000$\frac{W}{m^2.K}$, (voir figure 3.15). D'autre part, la surface de contact est très faible comparée à la surface totale d'échange de l'arbre-rotor, et la quantité de chaleur la traversant ne dépasse pas 10% des pertes dans l'arbre-rotor.

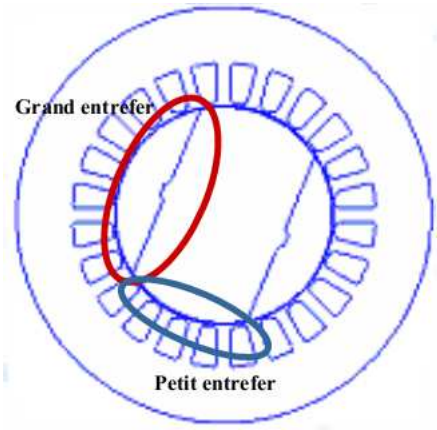

FIG. 3.16 – *Structure étudiée*

Ainsi, même si on suppose un flux de chaleur important de $10\frac{kW}{m^2}$, traversant cette surface, avec une conductivité thermique de $10\frac{kW}{m^2.K}$, la différence de température n'est que de 1°C. Nous négligerons donc cette résistance de contact.

3.3.4.2 Contact entre la culasse et la carcasse

Dans une machine électrique, c'est au niveau de l'interface carcasse - fer statorique qu'une importante résistance thermique de contact apparaît. En effet, cette interface est située dans la direction radiale du flux de chaleur, direction privilégiée pour le transfert thermique.

Dans le cas où les surfaces en contact sont en aluminium et en acier, la conductance peut être évaluée à $1\frac{kW}{m^2.K}$ (figure 3.15) [11, 17]. Si le flux de chaleur qui traverse cette surface est de l'ordre de $6.5\frac{kW}{m^2}$, il produit une différence de température de 6.5 °C. La résistance de contact n'est donc pas négligeable. Elle est intégrée généralement dans la simulation soit dans la conductivité thermique de l'entrefer, soit dans le coefficient d'échange équivalent de la carcasse.

3.4 Moyennage de la température

L'approche générale de l'étude thermique de la MRV repose sur un calcul analytico-numérique des sources thermiques, et d'un calcul de l'échauffement dû à ces sources en pas à pas dans le temps jusqu'au régime permanent de température. Néanmoins, la forme du rotor influe sur le calcul des températures.

Le rotor est caractérisé par un entrefer constant qu'on appellera désormais, *petit entrefer*, et par le volume des pans coupés du rotor, appelé aussi *grand entrefer*, comme présenté dans la figure 3.16.

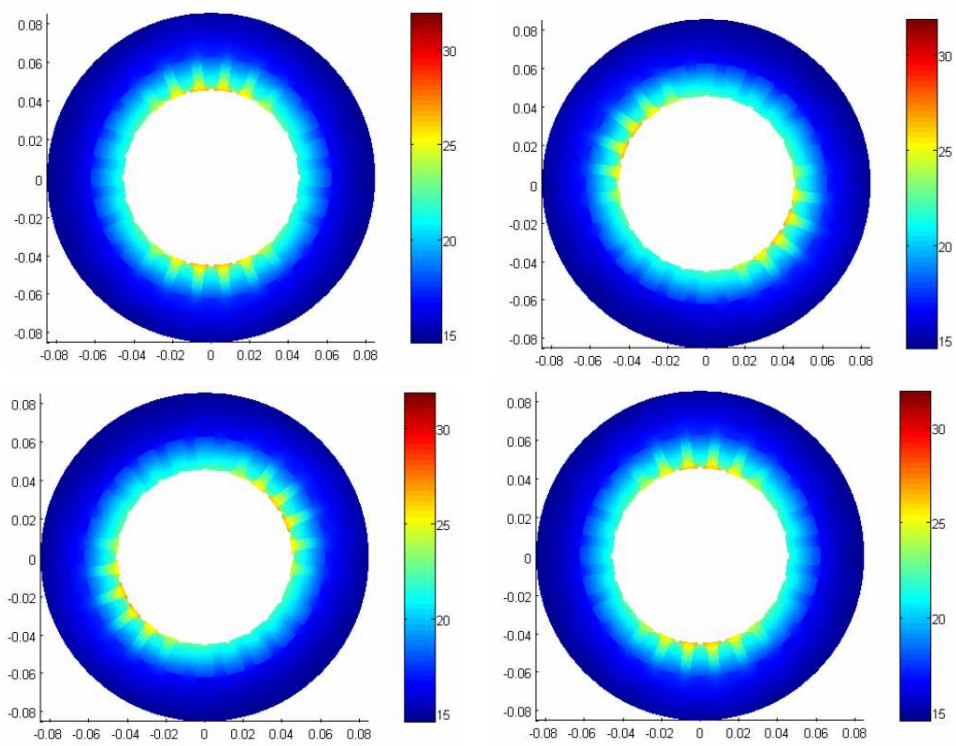

FIG. 3.17 – *Carte de température pour 4 positions différentes du rotor*

L'échange thermique est favorisé dans le petit entrefer, en raison de la proximité du stator, et le flux de chaleur diffuse plus facilement du rotor vers le stator. Les dents statoriques en face du rotor sont par conséquent plus *chaudes* comme le montre la figure 3.17.

Ce phénomène n'est pas réel car la période électrique est très grande devant la constante thermique; le rotor peut donc faire plusieurs milliers de tours avant que la température n'évolue. Afin de coller à cette réalité, il faut prendre en compte la rotation du rotor. Pour cela, nous déterminons la température pour différentes positions du rotor, et la température adoptée pour chaque noeud du maillage est alors la moyenne des températures calculées à chaque position. C'est ce que nous appelons *le moyennage de la température.*

Les figures 3.17 et 3.18 montrent la température de la machine pour plusieurs positions du rotor, ainsi que la température moyenne adoptée. Le rotor est enlevé pour faciliter la lecture des températures.

Nous avons exposé la méthode de calcul thermique de la MRV développée, ainsi que les différentes propriétés thermiques des matériaux qui la constituent. Nous allons présenter dans la suite, deux études modélisant le fonc-

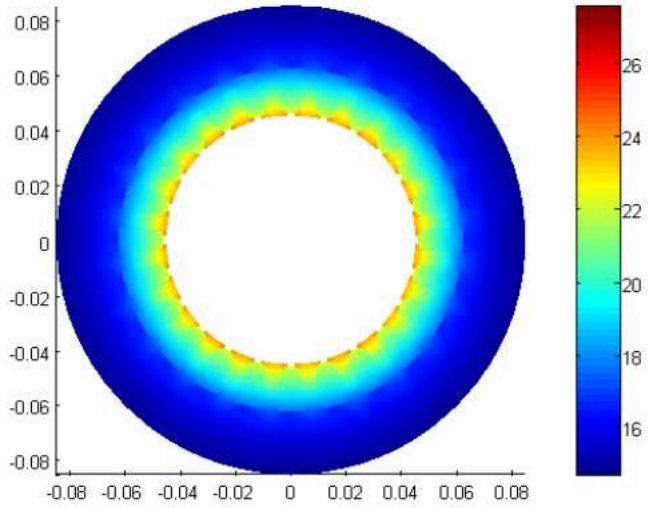

FIG. 3.18 – *Carte de température moyenne*

tionnement à vide de la machine de test, à deux vitesses de rotation : 6 000tr/min et 12 000tr/min. On distingue le cas d'une machine fermée et celui d'une machine ventilée avec des trous d'aération ouverts.

3.5 Première étude : Machine fermée

Dans cette première étude thermique, nous nous proposons de modéliser les échanges de chaleur dans l'entrefer d'une machine fermée par un modèle conductif. En effet, sous la condition que *les trous d'aérations dans les flasques soient fermés*, nous modélisons l'air dans l'entrefer par un matériau conducteur thermique équivalent.

3.5.1 Modélisation de l'entrefer : modèle conductif

Nous considérons le cas d'une machine *fermée*, c'est à dire que les trous d'aération sont volontairement *bouchés*. La rotation du rotor brasse alors continuellement l'air de l'entrefer qui ne peut s'échapper.

La circulation de l'air est par suite complètement turbulente à cause de l'entrefer important lié aux pans coupés. L'échange de chaleur se fait principalement par transfert de matière, et nous pouvons considérer raisonnablement l'air comme un conducteur thermique. Le transfert de chaleur dans l'entrefer est alors modélisé par un échange conductif caractérisé par une conductivité thermique équivalente λ_{air}.

Seule cette conductivité équivalente a été "calée", de manière à faire correspondre au mieux les températures calculées aux températures mesurées.

La valeur de cette conductivité est de $\lambda = 2\,\frac{W}{m.C}$ pour une vitesse de rotation de 6 000tr/min [48].

3.5.2 Conditions de simulation

Les simulations exposées ici reproduisent un fonctionnement à vide de la machine synchrone à réluctance variable pour une vitesse de rotation de 6 000tr/min.

Les sources thermiques sont présentées dans le tableau 3.6.

Paramètres	Valeurs	Unités
Pertes Joule P_J	14	[W]
Pertes fer P_f	70	[W]
Pertes mécaniques P_m	34	[W]

TAB. 3.6 – *Sources thermiques à 6 000 tr/min*

Elles sont localisées comme suit :

- les pertes Joule sont localisées dans les conducteurs et dans les têtes de bobines,
- les pertes fer sont présentes dans le stator et dans le rotor,
- les pertes aérodynamiques sont affectées à l'entrefer.

La figure 3.19 récapitule leurs emplacements dans la machine.

Les valeurs des autres caractéristiques des matériaux utilisées dans notre modèle sont détaillées dans l'annexe D.

3.5.3 Résultats de simulation et d'expérimentation

Nous présentons d'abord le maillage 3D par tranches, développé dans le laboratoire IREENA, de notre machine de test (figure 3.20).

Pour une meilleure visibilité, seul un quart du stator est présenté, et la carcasse extérieure est enlevée.

La figure 3.21 montre une carte de température de la machine en régime permanent. On peut noter que la température varie entre 68° et 81°, et qu'elle est à peu près constante au sein de la culasse et du rotor.

De plus, nous observons que le rotor est relativement plus chaud que le stator, ce qui montre que la diffusion de chaleur se fait du rotor vers le stator en passant par l'entrefer.

L'entrefer, comme le montre la figure 3.22, est plus chaud que le stator avec une température moyenne de 75° et un maximum de 78°C au centre du *grand entrefer*. En effet, *le grand entrefer* a une résistance thermique

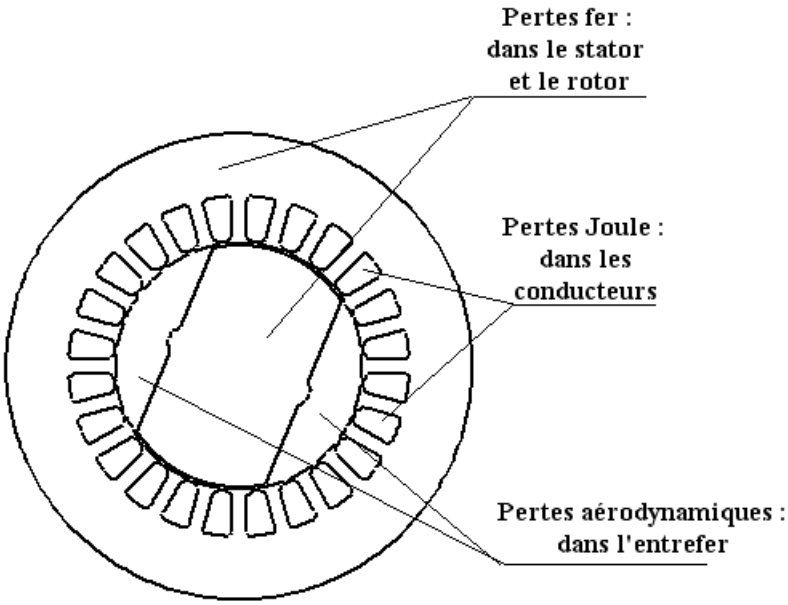

FIG. 3.19 – *Position des sources thermiques à 6 000tr/min*

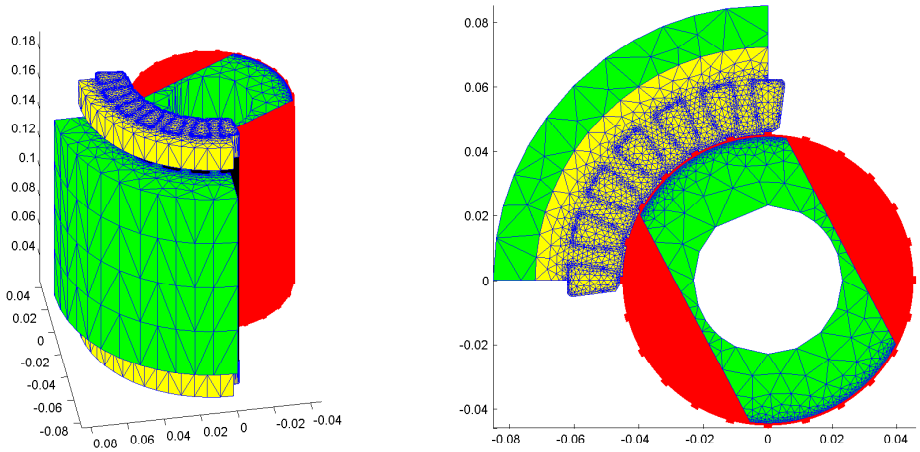

FIG. 3.20 – *Maillage en 3D de la machine d'étude*

importante ce qui limite l'échange de chaleur avec le stator, à l'inverse du *petit entrefer*.

La figure 3.23 montre la température du circuit magnétique du stator en régime permanent. Le résultat semble peu dépendant de la dimension axiale de la machine et le flux de chaleur est dirigé radialement vers la carcasse.

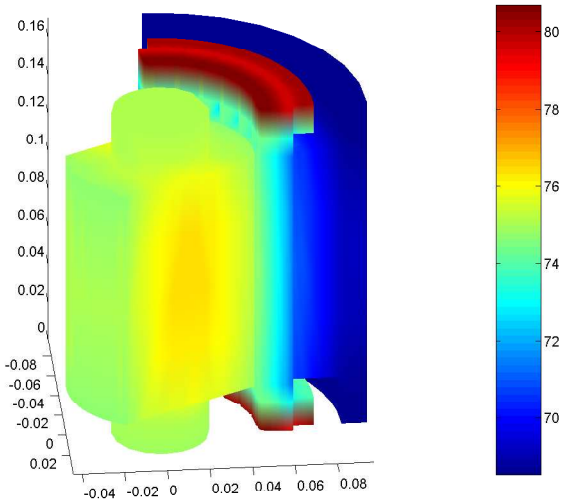

FIG. 3.21 – *Carte de température globale de la MRV*

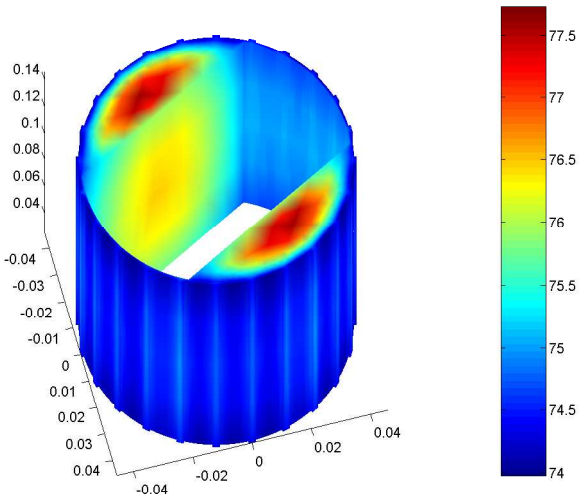

FIG. 3.22 – *Carte de température de l'entrefer*

La température moyenne est de 72° au stator, alors que celle de l'isolant est légèrement supérieure à 73°, avec un maximum de 75°. Ce gradient de température est dû à la conductivité thermique faible de l'isolant électrique. Il semble faible, mais il serait plus important en fonctionnement en charge où le courant statorique atteint 40A contre 12.3A pour les conditions actuelles.

D'autre part, le rotor massif de notre machine est le lieu de pertes fer liées aux harmoniques. Il ne peut échanger la chaleur qu'à travers l'entre-

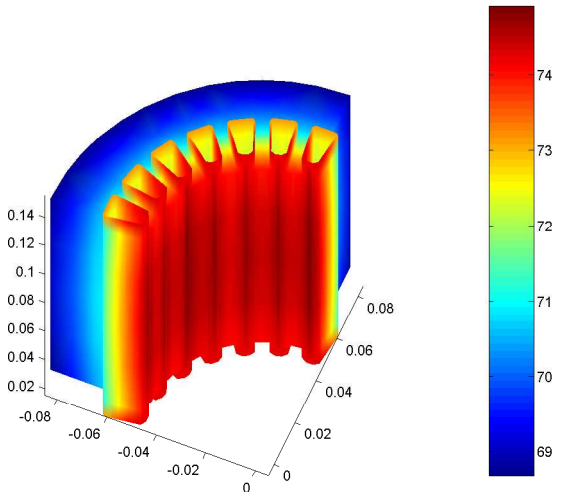

FIG. 3.23 – *Carte de température du stator et de l'isolant des conducteurs*

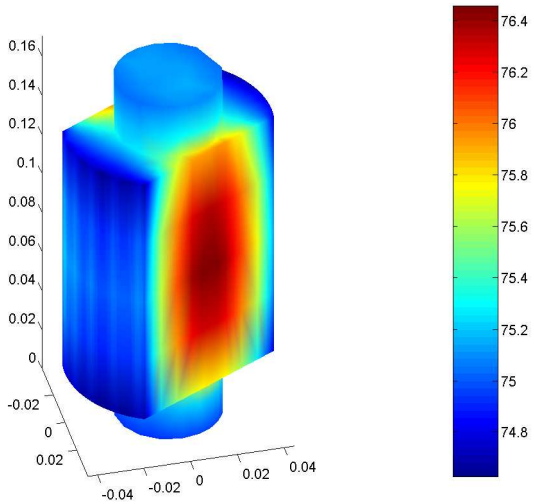

FIG. 3.24 – *Carte de température du rotor*

fer et dans une moindre mesure par convection avec l'air au voisinage des flasques. Sa température moyenne de 75° (supérieure à celle du stator) est pratiquement celle de l'entrefer (figure 3.22).

La température des enroulements varie peu selon l'axe de la machine. Elle ne dépasse pas la température maximale de 150°C de la machine comme le montre la figure 3.25. Nous observons que les têtes de bobines chauffent plus

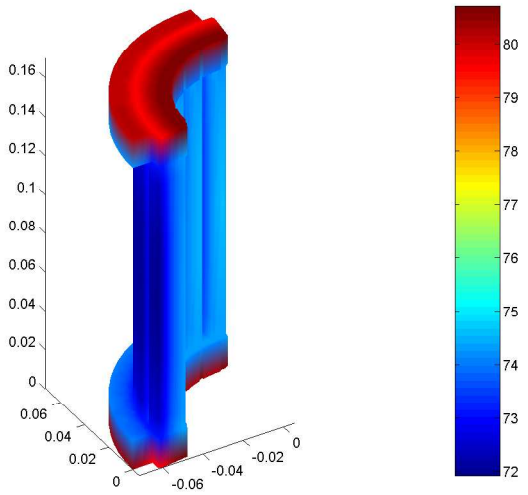

FIG. 3.25 – *Carte de température des conducteurs et des têtes de bobines*

que la partie *active* des conducteurs. La température maximale y est de 80°, alors que la moyennes est de 77°. Les variations de température y sont aussi plus importantes. Ce sont donc les têtes de bobines qui sont soumises aux contraintes thermiques les plus sévères.

L'effet de convection dû à la rotation du rotor et à l'air en mouvement au voisinage du flasque se remarque par un petit refroidissement sur les extrémités des têtes de bobines.

L'évolution de la température dans la carcasse de la machine est représentée par la figure 3.26. C'est la surface d'échange de chaleur principale de la machine. La partie centrale est la plus chaude car elle correspond au flux de la chaleur du rotor et du stator. Sa température moyenne est légèrement inférieure à celle du stator. Elle est de 68°.

Enfin, la figure 3.28 montre l'évolution de la température des conducteurs dans les encoches et des têtes de bobines pendant le régime transitoire.

Les thermocouples 11B et N1 sont positionés respectivement dans le milieu de la machine au centre du bobinage, et à une tête de bobine comme décrit dans la figure 3.27.

Le régime permanent de température est atteint au bout de 4 heures, et l'on peut constater la correspondance de la constante de temps thermique entre les simulations et les mesures. De plus, l'erreur sur les températures finales est inférieure à 2°.

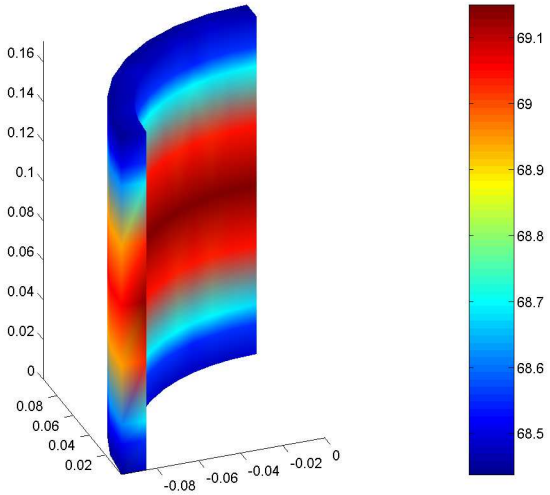

FIG. 3.26 – *Carte de température de la carcasse de la machine*

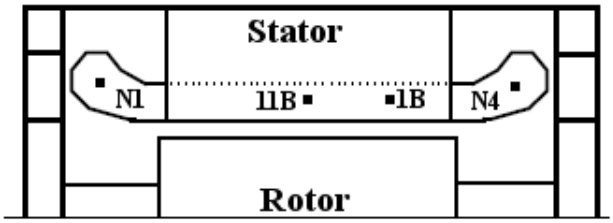

FIG. 3.27 – *Disposition des thermocouples*

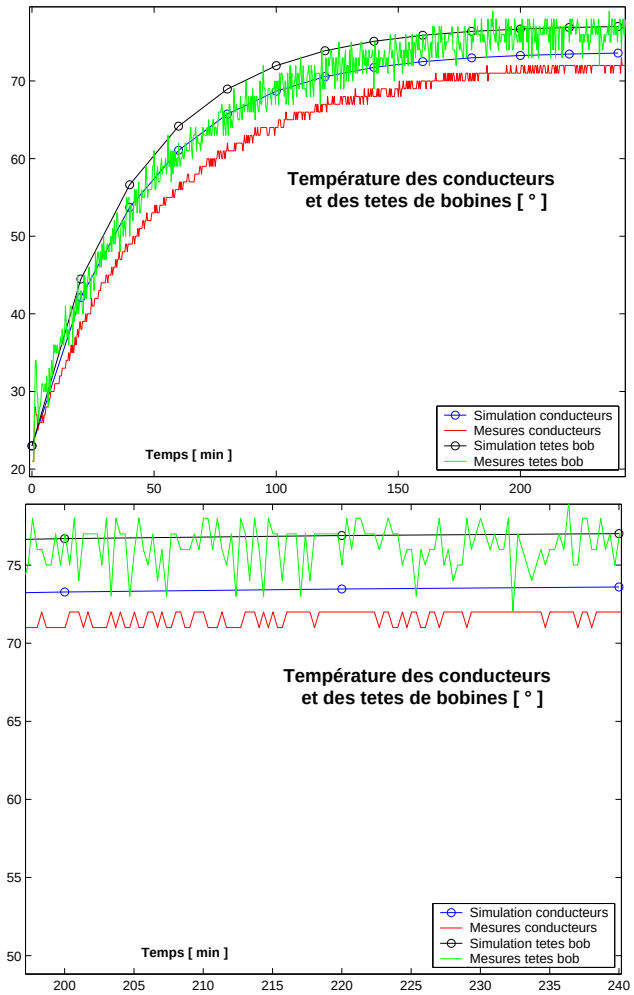

FIG. 3.28 – *Evolution de température des conducteurs et des têtes de bobines, et son zoom en régime permanent*

3.6 Deuxième étude : Machine ventilée

Lorsque les trous d'aération sont ouverts, l'air de l'entrefer n'est plus *cantonné* à l'intérieur de la machine, et il peut circuler en entrant et sortant de la machine, permettant son refroidissement.

Nous considérons dans ce cas, la machine de test comme étant refroidie à l'aide d'un ventilateur externe.

L'hypothèse de matériau conducteur équivalent dans l'entrefer n'est plus valable car l'échange de l'air de l'entrefer chaud avec l'air extérieur à la température ambiante est important. Cet échange contribue à refroidir la machine de test de façon significative.

En effet, à titre d'exemple, nous avons réalisé un essai de rotation de la MSRV à 6 000tr/min à vide avec des trous d'aération ouverts.

Au régime permanent, la température moyenne des conducteurs qui avoisinait les 70° à trous fermés, n'a pas dépassée les 50° dans les mêmes conditions. Cette différence de température de 20° est importante et met en évidence l'influence du refroidissement par convection dans l'entrefer lorsque les trous d'aération sont ouverts.

Ainsi, pour une vitesse de 12 000tr/min et des trous d'aération ouverts, nous avons d'abord modélisé l'entrefer par un conducteur thermique équivalent, comme expliqué dans la première étude thermique. Cependant nous n'avons pas pu faire correspondre les températures mesurées et celles simulées en variant la conductivité de l'entrefer.

Nous avons donc développé un deuxième modèle thermique afin de tenir compte de la convection dans l'entrefer.

3.6.1 Prise en compte des pertes aérodynamiques

Comme développé précédement (paragraphe 3.3.1.4), les pertes aérodynamiques sont dûes aux frottement de l'air.

L'air ambiant aspiré par les trous d'aérations, se chauffe alors à fur et à mesure de son passage dans l'entrefer et il est rejeté à une température supérieure à la sortie.

Considérons donc un "ventilateur" à l'abcisse $z = 0$ créant un flux d'air de débit volumique Q qui refroidit la machine de test. Dans ce cas, si le volume d'air $S_e.dz$ reçoit la densité de puissance P_v pendant le temps dt avec un débit massique de $\dot{m}$, sa température augmente de dT comme suit :

$$P_v\, dt\, .S_e dz = \dot{m} dt\, .C_p dT \tag{3.56}$$

avec

P_v : densité de puissance volumique des pertes aérodynamiques,
S_e : surface de l'entrefer,
C_p : capacité calorifique de l'air,

On obtient alors :

$$\frac{dT}{dz} = \frac{P_v.S_e}{\dot{m}C_p} \tag{3.57}$$

La température de l'air varie alors selon l'équation suivante :

$$T_a(z) = T_0 + \frac{P_v.S_e}{\dot{m}C_p}\, z \tag{3.58}$$

où T_0 est la température d'entrée de l'air.

On peut faire apparaître le débit d'air Q par :

$$T_a(z) = T_0 + \frac{P_v.S_e}{\rho C_p.Q}\, z \tag{3.59}$$

Ainsi, on peut déterminer la température de l'air en fonction de l'abcisse z. Le maximum d'échauffement de l'air dans notre cas est calculé pour $z = L_r$. L'équation 3.59 permet aussi d'estimer en première approximation le débit d'air en mesurant la température à la sortie de la machine.

Aux pertes aérodynamiques, il faut rajouter les pertes par convection entre le stator et l'entrefer d'une part, et entre le rotor et l'entrefer d'autre part, ce qui conduit à un échauffement maximal de 33.1°C. Les paramètres utilisés pour ce calcul sont donnés dans le tableau 3.7.

Paramètres	Valeurs	Unités
Densité des pertes dans l'entrfer P_v	778.4 .10^3	$[\frac{W}{m^3}]$
Masse volumique de l'air ρ	1.2	$[\frac{kg}{m^3}]$
Capacité calorifique de l'air C_p	1 000	$[\frac{J}{kg.K}]$
Surface de l'entrefer S_e	2.3 .10^{-3}	$[m^2]$
Débit volumique de l'air Q	6 .10^{-3}	$[\frac{m^3}{s}]$

TAB. 3.7 – *Calcul de l'échauffement de l'air de l'entrefer par les pertes aérodynamiques à 12 000 tr/min*

3.6.2 Modélisation de l'entrefer : Modèle convectif

Le flux d'air aspiré par la seule rotation du rotor, est difficilement modélisable, d'autant plus que nous ne disposons pas sur la machine d'étude de dispositifs adaptés à ce type de mesures.

Une deuxième difficulté réside dans l'entrefer variable de la machine de test, qui provoque une circulation d'air turbulente avec une apparition

de vortex de Taylor. Par conséquent, il est difficile d'estimer le coefficient d'échange thermique dans l'entrefer, d'autant plus, que dans la littérature nous n'avons pas trouvé de géométrie comparable à celle de notre rotor.

Deux flux d'air sont à différencier : le flux d'air dans le sens tangentiel, dû à la rotation seule du rotor, et le flux d'air de refroidissement du "ventilateur" qui est axial.

3.6.2.1 Flux axial

Le flux axial est créé par le "ventilateur" externe de la machine. Le coefficient convectif associé est déduit du débit d'air ainsi que de la géométrie des régions de passage de l'air. En effet, Sieder et Tate [59] proposent une corrélation pour un flux axial laminaire du nombre de Nusselt moyen pour une longueur moyenne de conduit de L_r :

$$N_u = 1.86\, G_z^{\frac{1}{3}} \tag{3.60}$$

avec

$$R_e = \frac{V.D_h}{\nu} \tag{3.61}$$

$$G_z = \frac{R_e.P_r.D_h}{z} \tag{3.62}$$

V : vitesse moyenne de l'air dans l'entrefer $[\frac{m}{s}]$,

D_h : diamètre hydraulique de l'entrefer défini par $D_h = 4\frac{A_c}{P}$ [m], où A_c est la section de l'entrefer et P le périmètre mouillé,

ν : viscosité cinématique de l'air $[\frac{m^2}{s}]$,

z : abcisse de la position où le coefficient de convection est calculé.

Le coefficient de convection moyen peut être calculé alors par :

$$h = \frac{N_u.\lambda}{D_h} \tag{3.63}$$

où λ est la conductivité thermique de l'air $[\frac{W}{m.K}]$.

a Remarques

– Pour le calcul du coefficient de convection nous avons distingué le *petit entrefer* et le *grand entrefer*. En effet, si nous considérons la géométrie de la machine de test (figure 5.4), le calcul des diamètres hydrauliques est le suivant :

$$D_{hGE} = \frac{2.S_{ge}}{R_{si}(\pi-\beta)+2.R_r cos(\frac{\beta}{2})} \quad \text{Grand entrefer} \quad (3.64)$$

$$D_{hPE} = \frac{S_{pe}}{2.R_r\beta} \quad \text{Petit entrefer} \quad (3.65)$$

avec
où les surfaces S_{ge} et S_{pe} sont définies par :

$$S_{pe} = (R_{si}^2 - R_r^2)\beta \quad (3.66)$$

$$S_{ge} = \left[R_r^2(\pi-\beta) - 2.R_r^2 cos(\pi-\beta).sin(\pi-\beta)\right] + (R_{si}^2 - R_r^2)(\pi-\beta) \quad (3.67)$$

avec

R_r : rayon rotorique,
R_{si} : rayon intérieur du stator,
β : angle d'ouverture du rotor.

– De même, le calcul des vitesses d'air moyennes dans les deux entrefers tient compte de la répartition des flux d'air dans le *grand et le petit entrefer* par [59] :

$$V_{ge} = \frac{Q}{S_{ge} + S_{pe}\frac{D_{hpe}^2}{D_{hge}^2}} \quad (3.68)$$

$$V_{pe} = V_{ge}\frac{D_{hpe}^2}{D_{hge}^2} \quad (3.69)$$

Finalement, nous trouvons les valeurs moyennes :

pour le petit entrefer $\quad h_{axialp} = 6.5\ [\frac{W}{m^2.K}]$ (3.70)

pour le grand entrefer $\quad h_{axialg} = 16.4\ [\frac{W}{m^2.K}]$ (3.71)

Le coefficient de convection pour le *grand entrefer* est deux fois plus grand que celui du *petit entrefer*, en raison de la surface d'échange plus grande et de la vitesse de l'air qui est supérieure.

D'autre part, on peut déduire de ce dernier calcul, le coefficient de convection local dans l'entrefer $h(z)$. En effet, d'après les équations 3.60 et 3.62, $h(z)$ est proportionnel à la position z comme suit :

$$h(z) = K_h \, z^{-\frac{1}{3}} \tag{3.72}$$

où K_h est une constante à calculer.

Dans ce cas nous avons :

$$h_{moy} = \frac{1}{L_r} \int_0^{L_r} h(z) \, dz \tag{3.73}$$

Cette équation devient :

$$h_{moy} = \frac{K_h}{L_r} \int_0^{L_r} z^{-\frac{1}{3}} \, dz \tag{3.74}$$

$$= \frac{3}{2} K_h L_r^{-\frac{1}{3}} \tag{3.75}$$

On peut donc exprimer K_h en fonction de h_{moy} :

$$K_h = \frac{2}{3} h_{moy} L_r^{\frac{1}{3}} \tag{3.76}$$

Si l'on considère le coefficient h_{moy} précédement estimé pour le *grand entrefer* ($h_{moy} = h_{axialg} = 16.4[\frac{W}{m^2K}]$), on obtient alors $K_{hg} = 5.5[SI]$, et pour le *petit entrefer*, on a $K_{hp} = 2.2[SI]$

Le coefficient de convection local $h(z)$ dans l'entrefer s'ecrit alors :

$$h_{ge}(z) = 5.5 \, z^{-\frac{1}{3}} \quad \text{pour le grand entrefer} \tag{3.77}$$

$$h_{pe}(z) = 2.2 \, z^{-\frac{1}{3}} \quad \text{pour le petit entrefer} \tag{3.78}$$

3.6.2.2 Flux tangentiel

Le flux tangentiel dans l'entrefer est dû à la rotation seule du rotor. L'état de l'art publié par Saari [66], propose une estimation du coefficient de convection tangentiel pour une machine lisse comme suit :

$$h = \frac{N_u \lambda}{2\delta} \tag{3.79}$$

où δ est l'entrefer de la machine.

Le nombre de Nusselt découle des mesures de Becker et Kaye [10] :

$$Nu = 2 \quad \text{si } T_{am} < 1700, \tag{3.80}$$
$$Nu = 0.128.T_{am}^{0.367} \quad \text{si } 1700 < T_{am} < 10^4, \tag{3.81}$$
$$Nu = 0.409.T_{am}^{0.241} \quad \text{si } 10^4 < T_{am} < 10^7. \tag{3.82}$$

avec

$$T_{am} = \frac{T_a}{F_g} \tag{3.83}$$
$$T_a = \frac{\omega^2 R_r.\delta^3}{\eta^2} \tag{3.84}$$
$$F_g = \frac{\pi^4}{1697\left(1-\frac{\delta}{2Rr}\right)^2\left[\frac{0.00056+0.0571\left(\frac{2Rr-2.304\delta}{2Rr-\delta}\right)^2}{\left(\frac{2Rr-2.304\delta}{2Rr-\delta}\right)^2}\right]} \tag{3.85}$$

avec

δ : entrefer de la machine,
η : viscosité dynamique de l'air $[\frac{kg}{ms}]$.

Nous avons appliqué cette formule pour notre machine à une vitesse de rotation de 12 000 tr/min. La valeur du coefficient d'échange $h_{tangentiel}$ qui en résulte est de 117.8 et 47.9$[\frac{W}{m^2.K}]$ pour le petit entrefer et le grand entrefer respectivement.

Les coefficients de la convection axiale et tangentielle sont comparables pour les petites valeurs de z (position axiale dans l'entrefer). Cependant, au delà de $z = 20mm$, c'est l'échange tangentiel qui domine.

3.6.3 Conditions de simulation

Les simulations exposées ici reproduisent un fonctionnement à vide de la machine synchrone à réluctance variable pour une vitesse de rotation de 12 000tr/min, avec des trous d'aération ouverts.

Les sources thermiques de cette simulation sont présentés dans le tableau 3.8.

Comme pour la première étude thermique :

- les pertes Joule sont localisées dans les conducteurs et dans les têtes de bobines,
- les pertes fer sont présentes dans le stator et dans le rotor,

Paramètres	Valeurs	Unités
Pertes Joule P_J	25	[W]
Pertes fer P_f	315	[W]
Pertes mécaniques P_m	146	[W]

TAB. 3.8 – *Sources thermiques à 12 000 tr/min*

– et comme expliqué précédement, les pertes aérodynamiques ont lieu dans l'air de l'entrefer. Nous avons modélisé leur contribution par une augmentation de la température de l'air de l'entrefer. Cette température est donnée par la relation 3.59.

3.6.4 Résultats de simulation et d'expérimentation

Les figures 3.29 à 3.34 montrent respectivement la température globale de la machine, ainsi que celle du stator, du rotor, des conducteurs, des têtes de bobines et de la carcasse en régime permanent.

La température augmente axialement dans pratiquement toutes les parties de la machine en raison de la ventilation.

On note une température maximale autour de 69°, au niveau du stator, de la carcasse et des têtes de bobines.

Le rotor est moins chaud que le stator; sa température maximale est d'environ 58°. En effet, les pertes dans le rotor sont relativement faibles (31W), et l'échange convectif dans l'entrefer permet un refroidissement suffisant de celui-ci. On note également que l'échauffement le long du *petit entrefer* est de quelques degrés plus important qu'autour du *grand entrefer*.

La température maximale des conducteurs statoriques est d'environ 68°, et elle est pratiquement égale à celle des dents statoriques. Dans les machines classiques, les conducteurs sont généralement plus chauds que le fer statorique. Dans notre machine et pour cette vitesse de 12 000tr/min, les dents statoriques sont aussi chaudes en raison de l'importance des pertes fer. Une différence d'environ 7° entre les deux extrémités des conducteurs est obtenue.

A l'entrée d'air, les têtes de bobines sont moins chaudes en surface car elles échangent la chaleur par convection avec l'air de refroidissement. La différence de température entre leur surface intérieure et extérieure atteint 20°. A la sortie de l'air, la température des têtes de bobines est homogène et pratiquement égale à celle des conducteurs actifs.

La carcasse de la machine est presque à la même température que la culasse statorique, car nous avons supposé un contact parfait entre ces deux surfaces. Cependant, en raison de sa conductivité élevée, les écarts de température y sont moins importants que pour le stator, le minimum étant de 62° et le maximum de 65°.

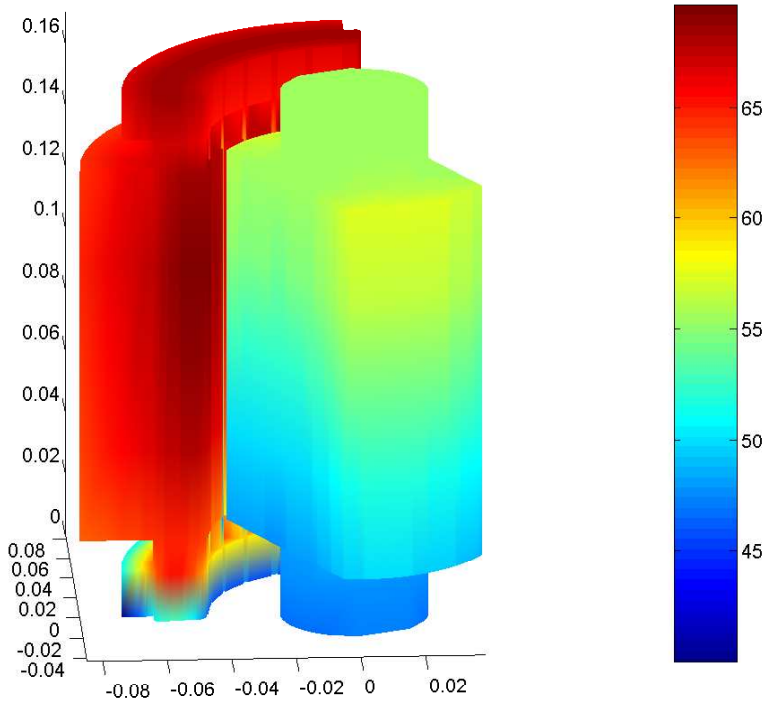

FIG. 3.29 – *Carte de température globale de la MRV*

Ces résultats sont confortés par les mesures données par les thermocouples disposés comme indiqué sur la figure 3.27.

On peut noter que la température des conducteurs en fonction du temps varie exponentiellement, (voir figure 3.35). Dans la partie active des conducteurs, elle évolue de la température ambiante de 23° jusqu'à 68° (thermocouple 11B), et elle se stabilise en régime permanent qu'elle atteint approximativement en 1 heure et demi. La température des têtes de bobines (thermocouple N1) atteint 69° en régime permanent. Les températures simulées et mesurées en fonction du temps concordent.

On peut noter que la constante de temps diffère légèrement entre la simulation et la mesure. Cette constante dépend du coefficient de convection dans l'entrefer, et par suite de la nature de l'échange convectif complexe qui a lieu dans l'entrefer. Nous avons pris en compte dans cette étude l'échauffement de l'air, ainsi que l'évolution du coefficient convectif local, cependant, nous avons négligé l'influence de la forme particulière de l'entrefer, différente du modèle simplifié de plans parallèles infinis, adopté dans la simulation.

L'évolution de la température mesurée tout le long des conducteurs statoriques à 12 000tr/min corrobore nos simulations (figure 3.36). Nous

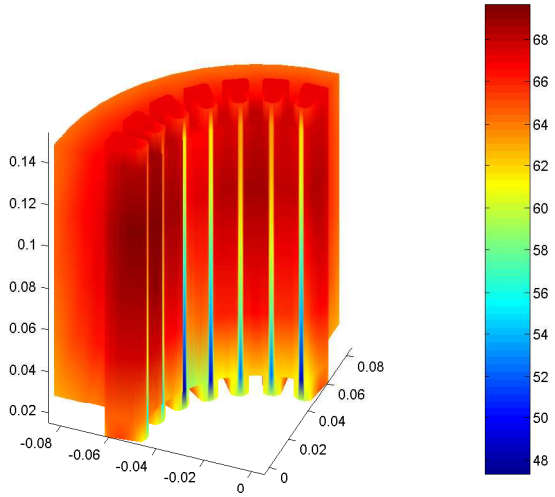

FIG. 3.30 – *Carte de température du stator et de l'isolant des conducteurs*

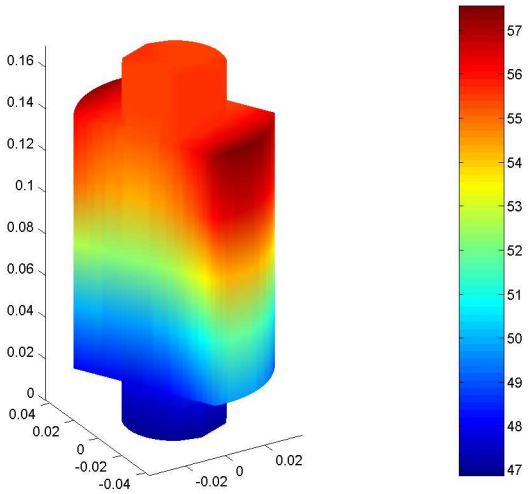

FIG. 3.31 – *Carte de température du rotor*

distinguons bien l'échauffement graduel en se déplaçant de l'entrée d'air de ventilation vers la sortie en bout de machine (figure 5.2.1.4). La convection dans l'entrefer n'est pas uniforme et la différence de température entre les deux bouts des têtes de bobines (Thermocouple N1 et N4) est de 5°. Ce même écart est observé en simulation sur la figure 3.32.

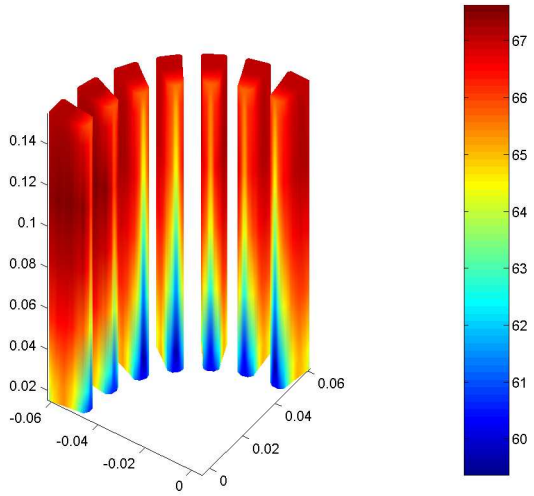

FIG. 3.32 – *Carte de température des conducteurs*

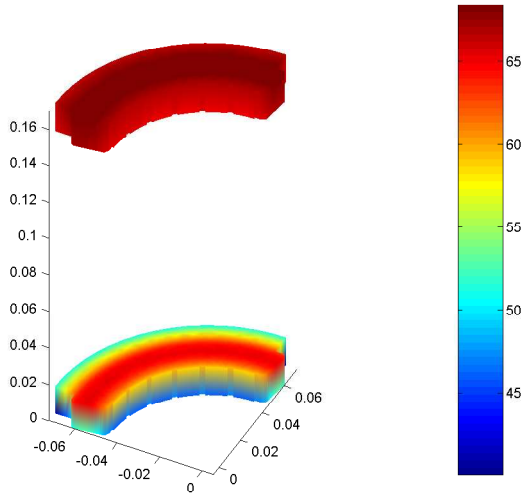

FIG. 3.33 – *Carte de température des têtes de bobines*

3.7 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre une modélisation thermique de la machine synchrone à réluctance variable rapide. Après une présentation de l'approche générale, nous avons détaillé le calcul des sources thermiques et

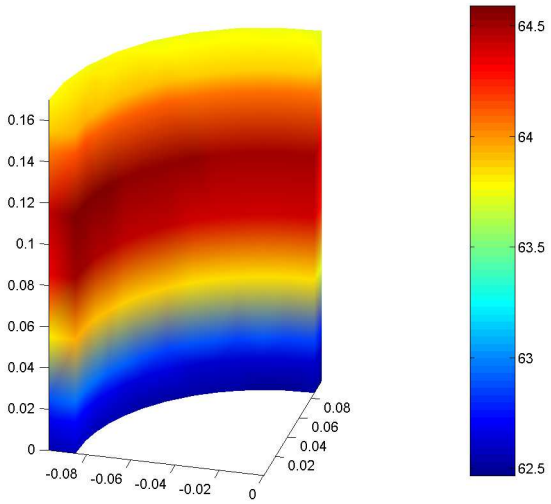

FIG. 3.34 – *Carte de température de la carcasse de la machine*

des coefficients d'échange. Nous avons exposé ensuite la prise en compte de la forme du rotor pour le moyennage de la température. Enfin, nous avons présenté deux modélisations de l'entrefer : un modèle conductif pour une machine fermée, et un modèle convectif dans le cas d'une ventilation dans l'entrefer. Le modèle conductif a été testé à une vitesse de 6 000tr/min. Dans ce cas, la conductivité équivalente de l'entrefer a été obtenue par confrontation des températures estimées et mesurées, tandis que les autres coefficients d'échange ont été obtenus par des corrélations analytiques. Le modèle convectif a été développé pour tenir compte simultanément de l'échauffement de l'air de ventilation, et de l'évolution locale du coefficient d'échange dans l'entrefer. Ce dernier modèle a été validé pour un fonctionnement à 12 000tr/min avec des trous d'aération ouverts.

En résumé, pour modéliser les échanges de chaleur, le modèle conductif classique est suffisant lorsque l'entrefer n'est pas ventilé, comme c'est le cas par exemple d'une machine fermée. Dans le cas contraire, un modèle convectif dans l'entrefer est nécessaire.

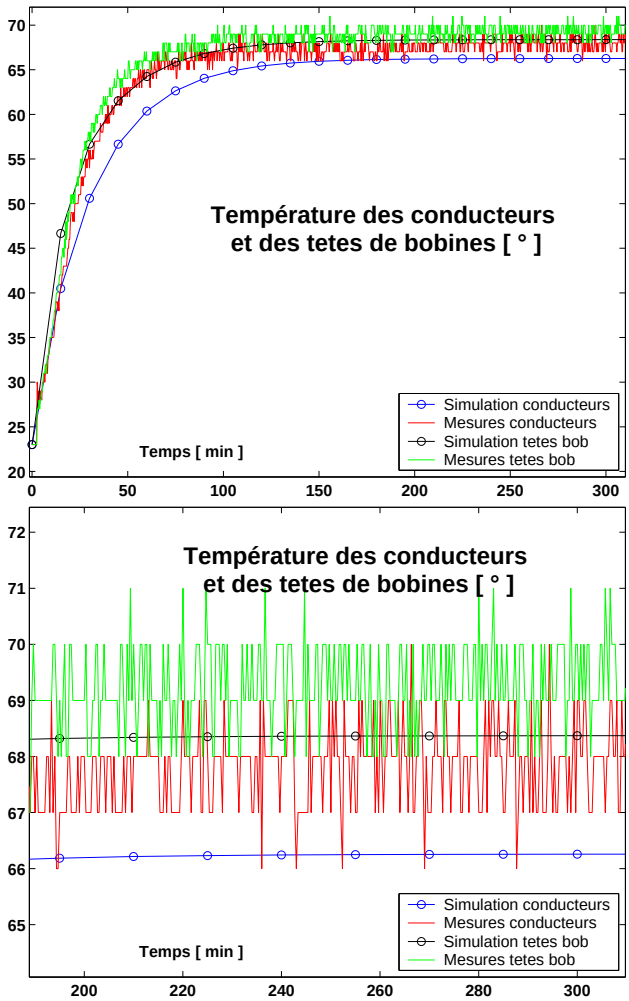

FIG. 3.35 – *Comparaison de la température mesurée et simulée des conducteurs et des têtes de bobines, et zoom en régime permanent*

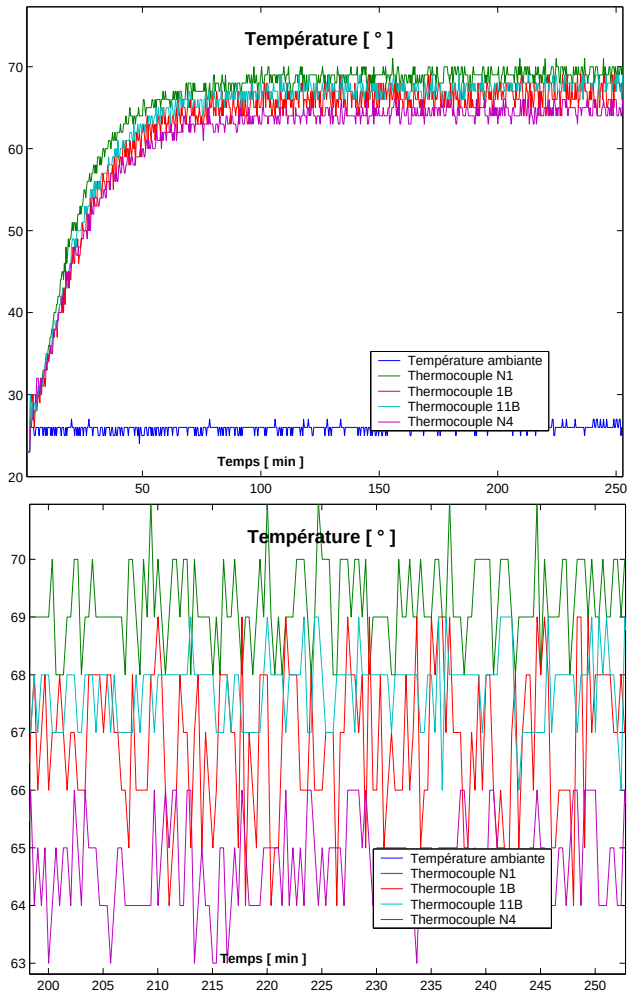

FIG. 3.36 – *Evolution de température mesurée dans les conducteurs et les têtes de bobines, et zoom sur le régime permanent*

Chapitre 4

Optimisation de Machines Rapides

Nous proposons dans ce chapitre une méthodologie de dimensionnement de machines électriques prenant en compte les matériaux ferromagnétiques utilisés. Nous exposons la démarche générale, ensuite nous validons cette méthodologie sur un cas particulier : la comparaison des tôles magnétiques, et des poudres de fer pour une machine synchrone à réluctance variable rapide.

4.1 Objectifs

Depuis leur industrialisation à grande échelle, il y a de cela une quarantaine d'année (fin des années soixante) [37], les performances des poudres de fer ne cessent d'être améliorées. Ces améliorations permettent aujourd'hui de les envisager comme un concurrent sérieux aux traditionnels matériaux ferromagnétiques feuilletés, surtout pour des applications en haute vitesse de rotation. En effet, les poudres de fer disposent aujourd'hui de niveaux d'induction plus importants, et surtout de densités de pertes fer plus faibles. Ces propriétés sont détaillées en annexe B.

Pour ces raisons, nous nous intéressons dans cette étude à l'analyse des potentialités des poudres de fer par rapport aux tôles magnétiques.

Plus concrètement, l'objectif recherché est : *l'optimisation globale de la géométrie et de la commande pour différentes vitesses de rotation d'une machine synchrons à réluctance variable, en vue de comparer les tôles magnétiques et les poudres de fer.*

4.2 Méthodologie

Devant la multiplicité des nouveaux matériaux ferromagnétiques, le concepteur de machines électriques rapides se trouve de plus en plus devant des choix difficiles. Ces choix sont d'autant plus délicats que plusieurs contraintes d'ordre magnétique, thermique, mécanique, mais aussi économique, sont à prendre en compte. Il est donc nécessaire de développer des outils de comparaison.

4.2.1 Approche globale

Notre démarche repose sur la comparaison des performances pour différentes vitesses de deux machines de même géométrie. L'algorithme général est donné par la figure 4.1.

4.2.1.1 Initialisation générale

La partie initialisation regroupe d'abord le choix des matériaux à comparer. Elle consiste à définir tous les paramètres des matériaux, tels que la caractéristique magnétique, les pertes fer, les conductivités thermiques, le prix par unité de volume, ...

C'est dans cette partie qu'on fixe aussi la topologie de machine choisie (machine synchrone à aimants permanents, machine asynchrone à cage, ...). Choisir la configuration d'étude est la dernière phase de cette partie d'initialisation. Elle concerne l'attribution des différents matériaux aux différentes pièces de la topologie de machine considérée.

Ainsi, on peut par exemple comparer une topologie de machine asynchrone ayant des matériaux différents au stator et/ou au rotor.

4.2.1.2 Initialisation des paramètres d'optimisation

Cette étape consiste à choisir les paramètres du modèle choisi, tels que ceux liés à la géométrie de la machine (rayon du rotor, longueur de la machine, ...), ou ceux liés à sa commande (valeur du courant statorique, valeur de l'angle de charge, ...).

A chaque " set " des paramètres d'optimisation correspond une machine unique et par suite une valeur unique de la fonction objectif.

4.2.1.3 Modèles physiques

Cette étape concerne les modèles utilisés pour l'estimation de la fonction objectif. Ces modèles peuvent être analytiques ou numériques. Ils peuvent être magnétiques, thermiques, mécaniques ou économiques, et ils peuvent tenir compte de phénomènes non linéaires, en régime permanent ou transitoire.

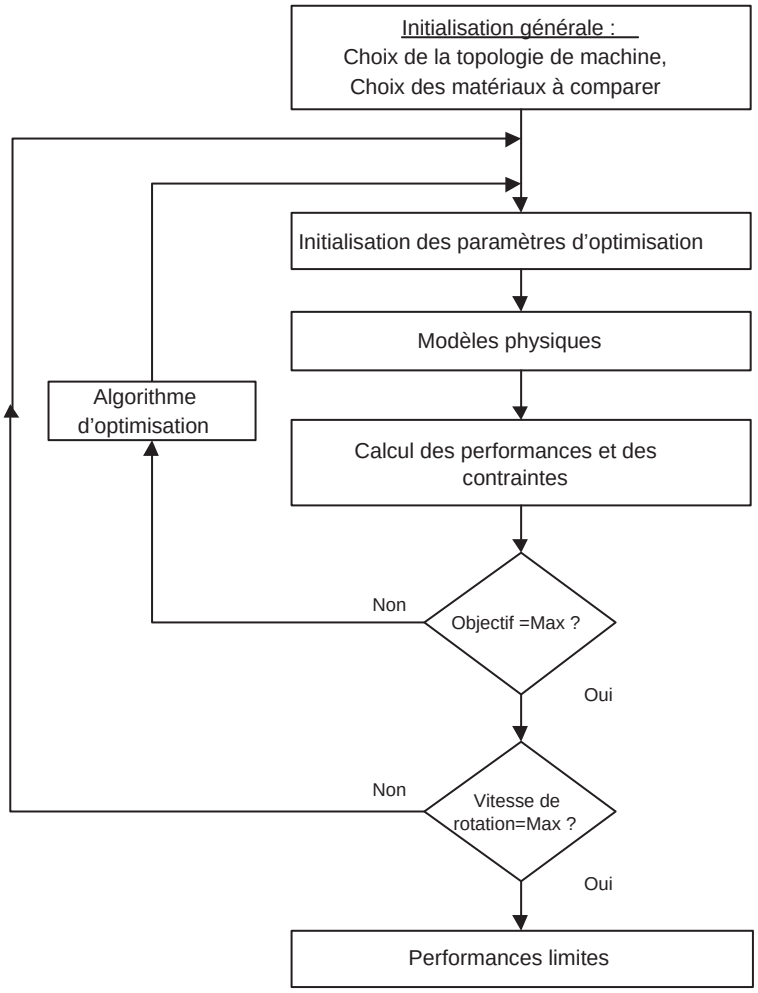

FIG. 4.1 – *Méthodologie de comparaison de matériaux pour les machines rapides*

De la complexité de ces modèles, dépend le temps d'exécution de l'optimisation. Un compromis entre la précision de l'optimisation (écart par rapport à l'optimum global), et le temps d'exécution est nécessaire, particulièrement lorsqu'il s'agit de calcul par la méthode des éléments finis.

4.2.1.4 Calcul des performances et des contraintes

C'est l'évaluation de la fonction objectif de l'optimisation. Ce calcul repose sur les modèles précédemment cités. Il s'agit d'évaluer la ou les fonction à optimiser (couple maximum, couple massique, ...), ainsi que les contraintes (échauffement de la machine, traction sur l'arbre, ou encore prix maximum autorisé).

4.2.1.5 Algorithme d'optimisation

C'est la clé de voûte de la comparaison. Il décrit une séquence d'étapes permettant de *trouver au mieux* l'extremum de la fonction objectif. Il existe plusieurs familles d'algorithmes d'optimisation :

- déterministes : méthode du gradient, méthode du simplex, ...
- stochastique : algorithme génétique, méthode du recuit simulé, recherche tabou, ...
- une combinaison des deux familles est possible : un algorithme stochastique est utilisé pour "cerner" l'optimum global et ensuite un algorithme déterministe permet de converger *plus rapidement* vers l'extremum.

4.2.1.6 Objectif de l'optimisation

C'est le résultat de la fonction objectif. Selon les cas, on peut chercher à le maximiser (couple fourni, rendement), ou à le minimiser (prix, ondulation du couple).

4.2.1.7 Vitesse de rotation

Elle permet de définir la plage de vitesse de rotation considérée pour la comparaison des deux matériaux.

A la fin de cette optimisation, on s'attend à des courbes limites de la fonction objectif en fonction de la vitesse pour les deux matériaux choisis.

Deux possibilités se présentent :

- les deux courbes ne se croisent pas, auquel cas un matériau est meilleur sur toute la plage de vitesse de rotation étudiée,
- les deux courbes se croisent et une vitesse caractéristique est ainsi définie. Le choix du matériau dépend alors de la vitesse de rotation.

4.3 Application : Comparaison tôles/poudres de fer

La méthodologie précédemment définie est appliquée dans les paragraphes suivants sur un cas particulier afin de la valider. Pour cela, nous nous proposons de comparer les tôles magnétiques aux poudres de fer, pour une machine synchrone à réluctance variable.

4.3.1 Influence des variables d'optimisation sur la fonction objectif

Avant d'entamer l'optimisation, il est utile d'étudier l'évolution du couple magnétique en fonction de l'angle d'ouverture du rotor, du rayon rotorique, et du courant statorique. Nous fixons la longueur de la machine, le rayon externe du stator ainsi que l'entrefer et la hauteur des encoches statoriques aux valeurs du tableau 4.1.

Paramètres	Valeurs	Unités
Longueur utile L	130	[mm]
Rayon externe R_{ext}	85	[mm]
Entrefer e	0.8	[mm]
Hauteur encoches h	16	[mm]

TAB. 4.1 – *Paramètres fixés pour l'étude de l'influence des variables d'optimisation*

Ce procédé ne tient évidemment pas compte de l'interaction entre les trois variables simultanément, néanmoins, il permet d'identifier les variables les plus influentes ainsi que *les tendances* globales de la fonction objectif. Ces calculs sont effectués par la méthode des éléments finis.

4.3.1.1 Influence de l'angle du rotor β et du courant sur le couple magnétique

Nous présentons l'évolution du couple en fonction de l'angle d'ouverture du rotor β pour deux machines avec des tôles magnétiques au stator, et avec des poudres, tournant à une vitesse de rotation de 60 000tr/min. Nous considérons deux valeurs du courant statorique : 40A et 100A. Le rayon rotorique est fixé à 35 mm et 43mm, respectivement pour les tôles et les poudres.

Nous considérons d'abord, la machine ayant un stator en tôles magnétiques.

L'évolution de la coénergie magnétique est donnée par la figure 4.2. On constate que le maximum de la différence $W_d - W_q$ image du couple est différent pour les deux valeurs de courant. Ce maximum est obtenu pour un

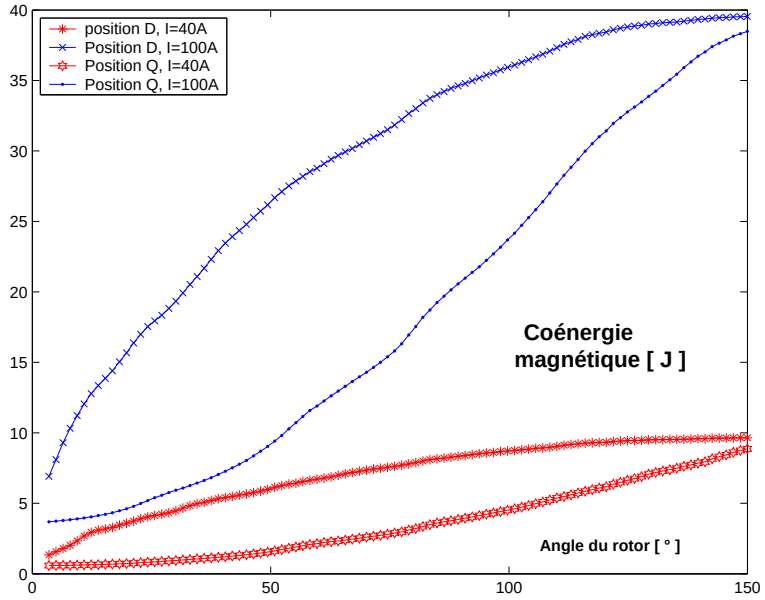

FIG. 4.2 – *Coénergie magnétique en conjonction et en opposition en fonction de l'angle rotorique β, pour I=40A, et I=100A. Stator en tôles*

angle $\beta = 70°$, et pour un courant de $40A$ d'une part, et pour un angle β plus faible lorsque le courant est important, d'autre part.

En effet, comme le montre la courbe 4.3, le maximum du couple se déplace vers les angles plus petit (50° approximativement). Ce déplacement est causé par la saturation de la machine. Rappelons que certains auteurs ont obtenus un couple maximal pour un angle β voisin de 60° [55, 80].

La figure 4.4 montre l'évolution de l'échauffement moyen de la machine. Ce dernier est estimé, comme explicité précédemment par l'équation 1.10, par :

$$\Delta\theta = \frac{P_J + P_{fer}}{h.S_m} \tag{4.1}$$

avec

P_J : pertes Joule,
P_{fer} : pertes fer,
h : coefficient d'échange convectif $[\frac{W}{m^2.K}]$,
S_m : surface de la carcasse statorique $[m^2]$.

A cause des pertes fer qui deviennent prépondérantes, nous observons que pour un courant $I = 100A$, l'échauffement moyen devient supérieur à

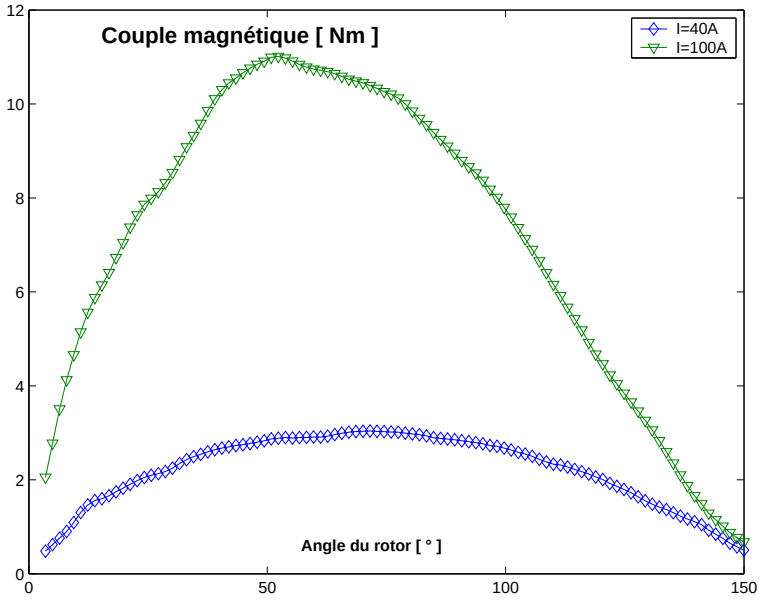

FIG. 4.3 – *Couple magnétique en fonction de l'angle rotorique β, pour I=40A, et I=100A. Stator en tôles*

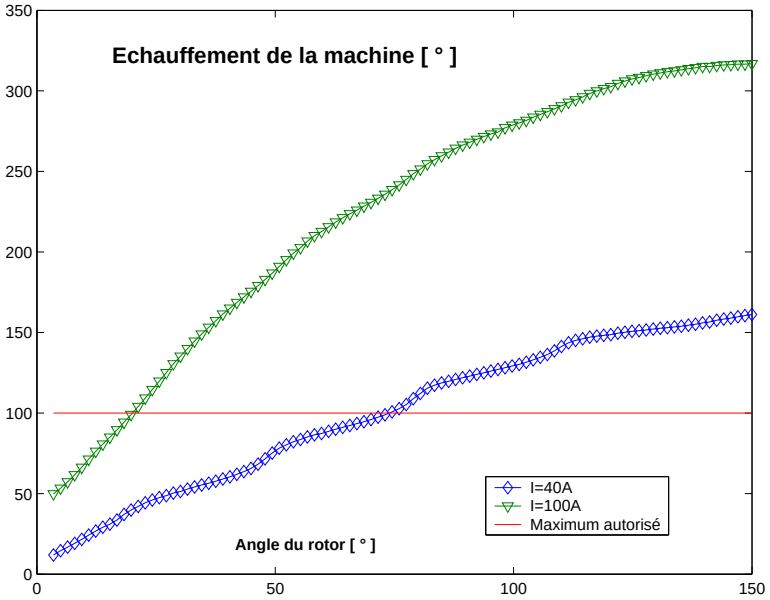

FIG. 4.4 – *Echauffement de la machine en conjonction et en opposition en fonction de l'angle rotorique β, pour I=40A, et I=100A. Stator en tôles*

100°, pour $\beta > 20°$. Ainsi, si on limite $\Delta\theta$ à 100°, le maximum de couple correspondra à un angle de rotor voisin de 20°.

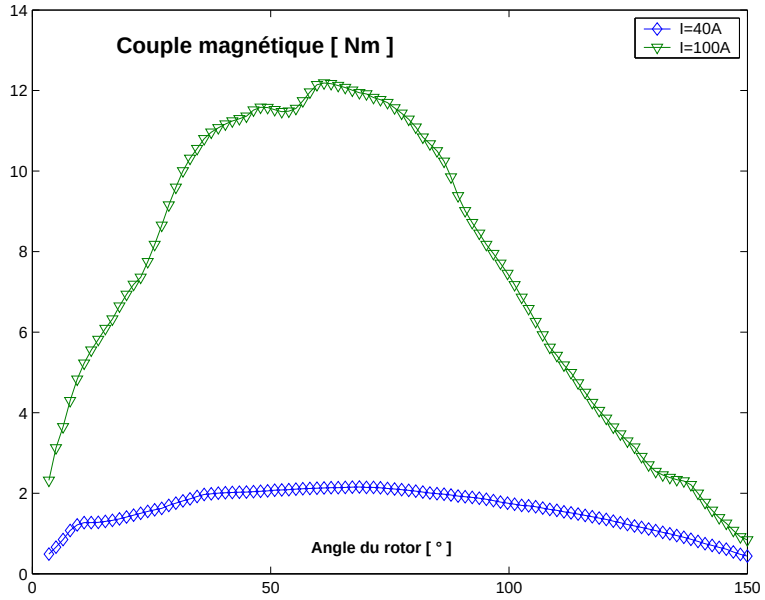

FIG. 4.5 – *Couple magnétique en fonction de l'angle rotorique β, pour I=40A, et I=100A. Stator en poudre*

Pour les poudres de fer, l'angle rotorique β conduisant au maximum de couple est environ égal à 70° pour les deux valeurs du courant. Ainsi, en tenant compte d'un échauffement maximal de 100° à 100A, la machine optimisée aurait un angle d'ouverture du rotor avoisinant les 40°, comme présenté dans la figure 4.6.

4.3.1.2 Influence du rayon du rotor et de l'angle d'ouverture du rotor sur le couple magnétique

Nous examinons dans ce paragraphe l'influence du rayon rotorique et de l'angle d'ouverture du rotor sur le couple magnétique, pour deux machines ayant un stator en tôles magnétiques et en poudre, et pour une vitesse de rotation de 60 000tr/min. Nous considérons deux valeurs de l'angle rotorique β, et un courant statorique de 100A, et nous étudions d'abord la machine ayant un stator en tôles.

La figure 4.7 montre que pour un angle $\beta = 70°$, la coénergie magnétique augmente d'abord avec le rayon statorique. Elle diminue ensuite lorsque l'épaisseur de la culasse devient faible et conduit à un niveau de saturation

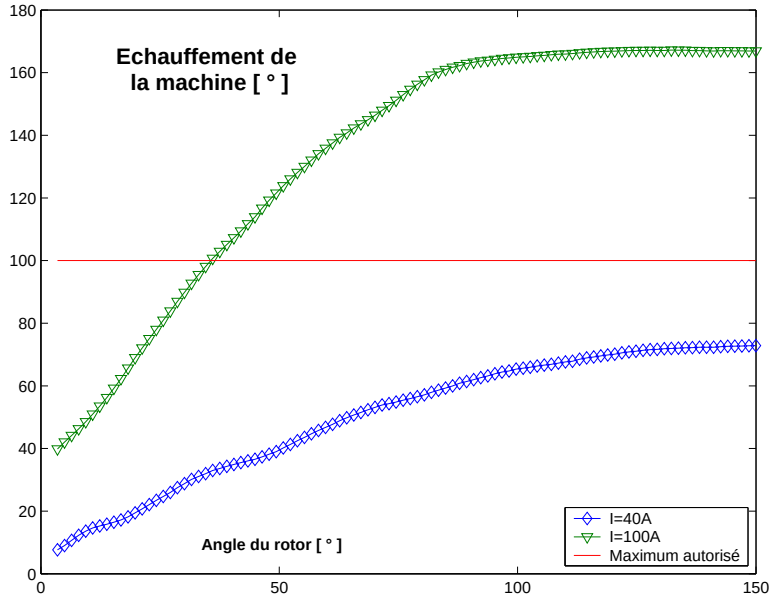

FIG. 4.6 – *Echauffement de la machine en conjonction et en opposition en fonction de l'angle rotorique β, pour I=40A, et I=100A. Stator en poudre*

élevé. Nous observons que les valeurs maximales de la coénergie en position de conjonction (position d) et d'opposition (position q) sont obtenues pour des valeurs de rayon R_r différents. Pour un angle $\beta = 19°$, la coénergie en position q est pratiquement constante pour $R_r < 60\,mm$ car le flux reste faible.

Le couple électromagnétique obtenu à partir de l'écart $W_d - W_q$ admet un maximum qui se déplace vers les rayons faibles lorsque l'angle β augmente.

L'échauffement de la machine est très sensible à l'augmentation du rayon du rotor (figure 4.9). Cet échauffement pourrait atteindre des niveaux inacceptables pour la machine. Comme précédemment, nous observons des valeurs limitées du rayon rotorique et du couple correspondant, si nous fixons un échauffement maximal de 100°.

Des évolutions similaires sont observées pour les poudres de fer (figures 4.10 et 4.11).

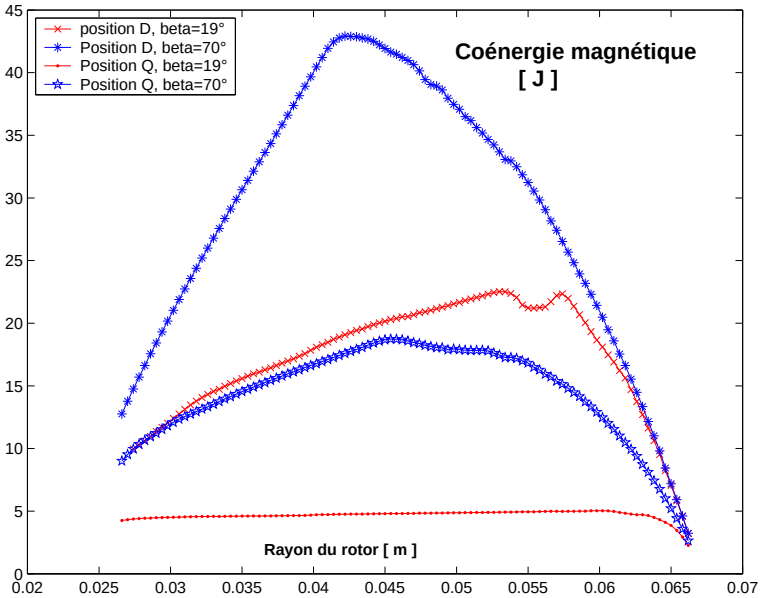

FIG. 4.7 – *Coénergie magnétique en conjonction et en opposition en fonction du rayon rotorique, pour β=19°, et β=70°. Stator en tôles*

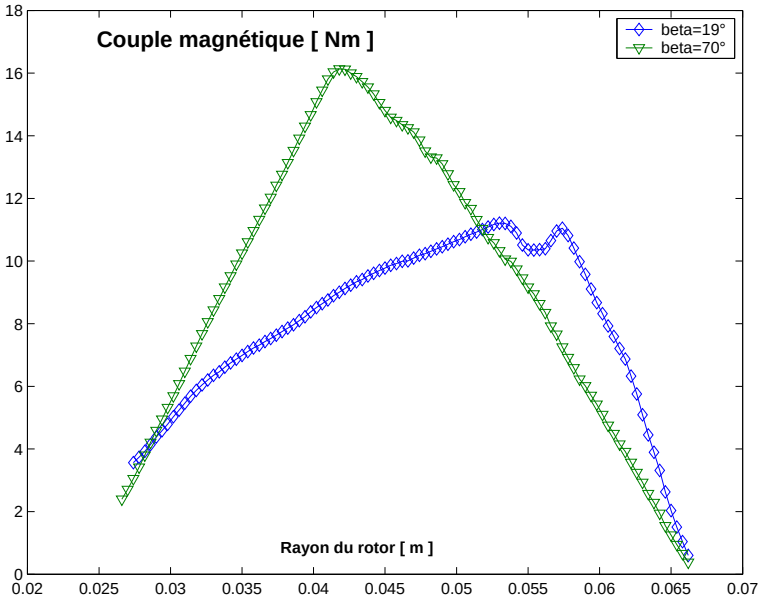

FIG. 4.8 – *Couple magnétique en conjonction et en opposition en fonction du rayon rotorique, pour β=19°, et β=70°. Stator en tôles*

4.3.2 Algorithme d'optimisation : Algorithme génétique

L'évolution naturelle a permi de créer des systèmes biologiques très complexes adaptés à de nombreuses conditions. Ses mécanismes reposent sur le

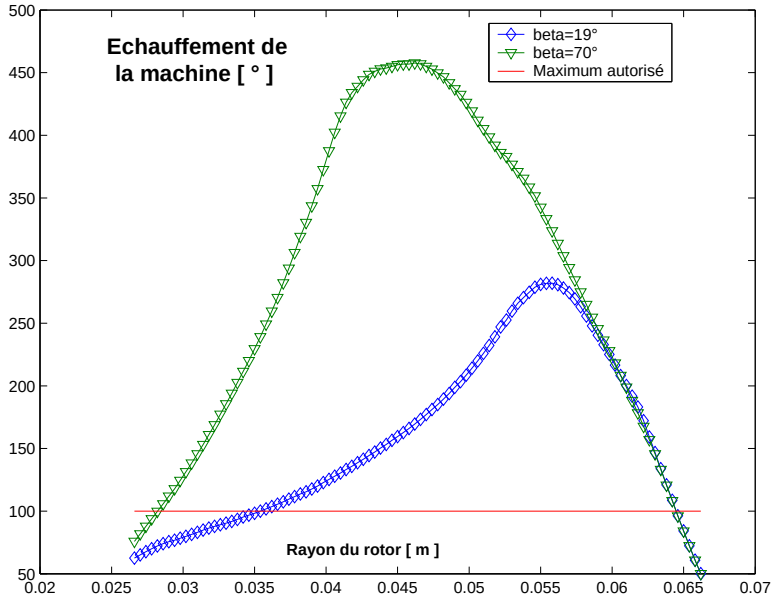

FIG. 4.9 – *Echauffement de la machine en conjonction et en opposition en fonction du rayon rotorique, pour β=19°, et β=70°. Stator en tôles*

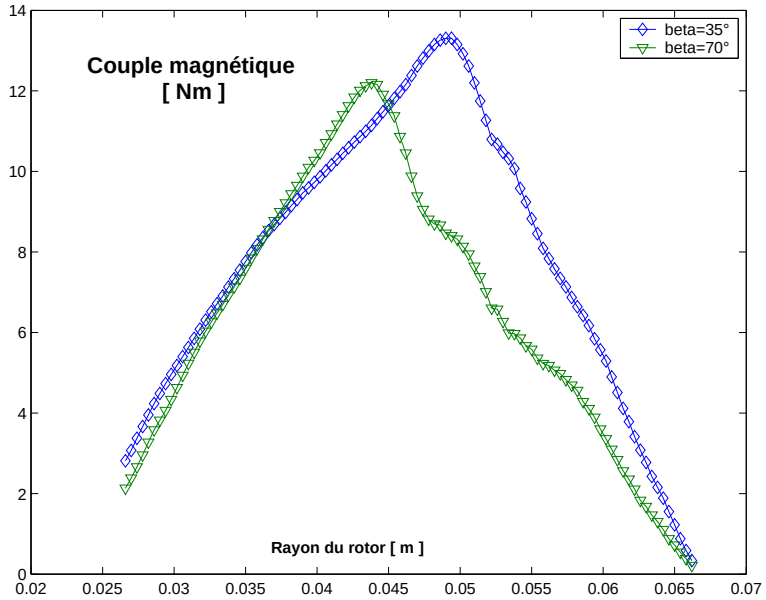

FIG. 4.10 – *Couple magnétique en position d et en position q en fonction du rayon rotorique, pour β=35°, et β=70°. Stator en poudre*

principe de compétition entre les individus. Les individus les mieux adaptés aux conditions survivent et peuvent laisser une descendance qui répandra

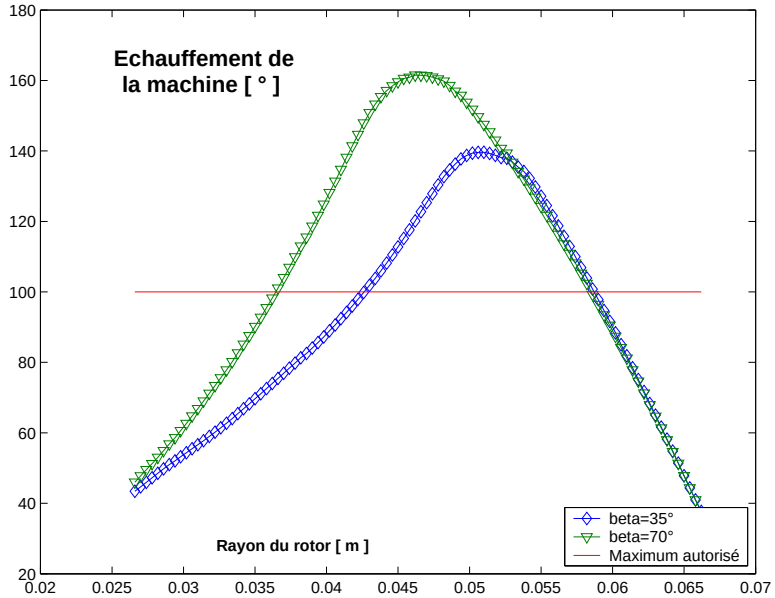

FIG. 4.11 – *Echauffement de la machine en position d et en position q en fonction du rayon rotorique, pour β=35°, et β=70°. Stator en poudre*

leurs gènes.

S'inspirant de ces principes, John Holland a développé dans les années 60-70, les principes fondamentaux des algorithmes génétiques (AG) dans le cadre de l'optimisation mathématique [40].

Nous nous intéressons aux algorithmes génétiques pour notre optimisation pour plusieurs raisons :

- ◇ L'AG utilise les seules valeurs de la fonction objectif, et non de sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire,
- ◇ Pour un AG, l'optimisation s'applique à une population de points, au lieu d'un point unique, ce qui permet *d'explorer* un large espace de solutions et augmente la probabilité de retrouver l'optimum global,
- ◇ Il peut gérer plusieurs variables d'optimisation (plus d'une dizaine),
- ◇ enfin, l'utilisation de fonctions de transition probabilistes, favorise des directions d'exploration sans à priori.

Néanmoins, il est important à souligner que le fonctionnement d'un tel algorithme ne garantit nullement l'obtention de l'extremum global d'une fonction. Nous sommes en présence d'un système stochastique et la probabilité existe qu'une valeur initiale (une population initiale) soit trop éloignée de la solution, ou, par exemple, qu'une convergence trop rapide bloque le

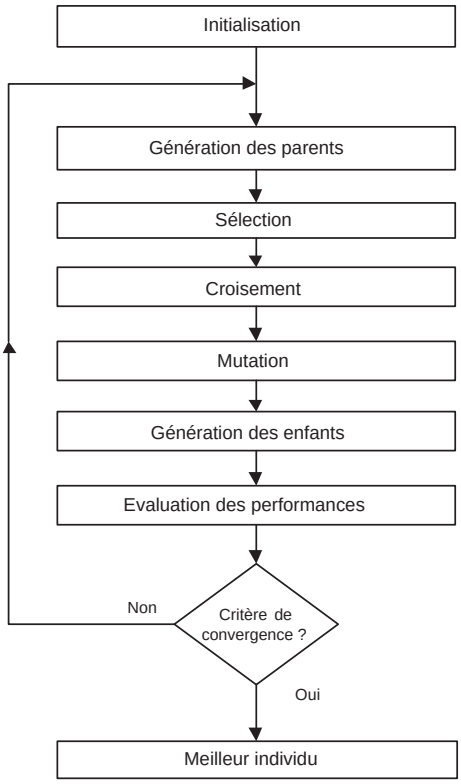

FIG. 4.12 – *Algorithme génétique*

processus d'évolution. Cependant, même si aucune démonstration de convergence de l'AG n'a été publiée à notre connaissance, l'utilisation des AGs se développe dans des domaines aussi divers que la prévision boursière, l'ordonnancement des systèmes de production ou la programmation des robots d'assemblage dans l'industrie automobile [68, 23].

4.3.2.1 Description

L'algorithme génétique que nous avons développé est présenté en figure 4.12 [48, 57].

a Initialisation Tout d'abord, on fixe l'espace de recherche. La plupart du temps, il s'agit de $\{0,1\}^N$ pour des raisons de simplicité. On crée ensuite des fonctions de codage et de décodage entre les paramètres d'optimisation, et leur représentation pour l'algorithme. Plusieurs types de codage sont possibles : le codage binaire, le codage Gray, ou encore le codage réel. Pour notre étude, nous avons adopté un codage binaire.

Supposons à coder une variable réelle x évoluant dans l'intervalle réel $[x_{min}, x_{max}]$, avec x_{min} et x_{max} les bornes inférieure et supérieure. Si N est le nombre de bits de codage pour la variable x, la précision du codage $prec$ est alors :

$$prec = \frac{x_{max} - x_{min}}{2^N} \tag{4.2}$$

La deuxième étape est la génération de la première population qui sera amenée a évoluer.

On définit aussi à cette étape la taille des populations qui ne doit pas être trop élevée pour que le temps de calcul reste raisonnable, ni trop faible pour que la solution trouvée soit intéressante. Pour composer cette première population, on fixe aléatoirement la valeur des gènes d'un individu selon une distribution uniforme.

b Sélection On distingue plusieurs techniques de sélection:

Tirage de roulette Chaque individu a une chance d'être sélectionné proportionnelle à sa performance. Si la performance du $j^{\text{ième}}$ individu est $f(individu_j)$, la probabilité qu'il soit réintroduit dans la nouvelle population est :

$$p_j = \frac{f(individu_j)}{\sum_{k=1}^{N_i} f(individu_k)} \tag{4.3}$$

où N_i est le nombre d'individus par génération.

Cette méthode affecte à chaque individu un secteur de roulette dont l'angle est proportionnel à sa performance. Un individu est d'autant plus optimal que sa performance est grande, il aura ainsi un secteur de roulette plus grand et par suite plus de chance d'être sélectionné.

Sélection par tournois On choisit n individus, on confronte leurs performances, et on retient le meilleur d'eux. On organise autant de tournois qu'il y a d'individus à sélectionner. La variance de cette méthode est élevée. Le nombre n permet de donner plus ou moins de chance aux individus peu adaptés. Avec un nombre élevé de participants, un individu faible sera presque toujours rejeté.

Elitisme On trie l'ensemble de la population suivant leur performance et on sélectionne les premiers. Les individus "faibles" n'ont aucune chance d'être sélectionnés, à la différence des forts qui sont toujours sélectionnés.

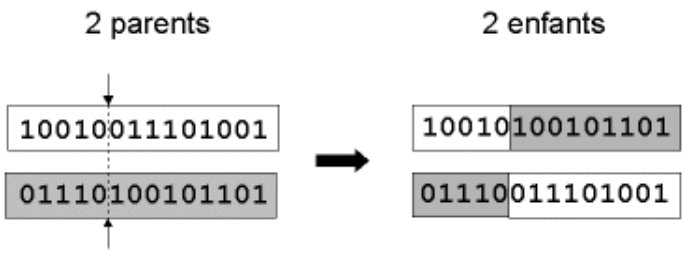

FIG. 4.13 – *Processus de croisement en un point de deux individus*

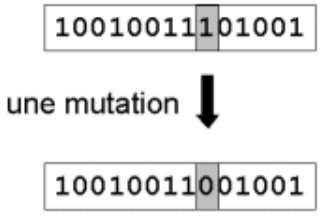

FIG. 4.14 – *Processus de mutation d'un individu*

c Croisement Une fois les individus sélectionnés, on procède à "une reproduction" entre eux. Pour cela, on utilise l'opérateur de croisement. Il combine les gènes de deux individus pour en obtenir deux nouveaux. Plusieurs méthodes de croisement peuvent être utilisées:

Croisement en un point On choisit au hasard un point de coupure identique sur les deux représentations binaires d'un individu, appelées par abus de langage individu, et on échange les fragments situés après le point de coupure pour donner les deux nouveaux individus. La figure 4.13 montre ce croisement.

Croisement en k points On choisit au hasard k points, et k parents et on échange les fragments situés entre ces points.

Il existe d'autres sortes de croisement qui peuvent améliorer les précédents et qui sont développées spécifiquement pour un problème donné, afin de respecter certaines conditions pour les individus par exemple.

d Mutation L'opérateur de mutation modifie aléatoirement la valeur de certains bits d'un individu avec une faible probabilité, typiquement entre 0.1 et 0.01. La figure 4.14 illustre cette opération.

L'intérêt de cet opérateur est d'éviter *une dérive génétique* : certains gènes favorisés par le hasard peuvent se répandre *anormalement* au détriment

des autres. La mutation permet alors un maintien de la diversité génétique utile pour une bonne exploration de l'espace de recherche.

e Evaluation On définit au préalable la fonction objectif qui associe à chaque individu une valeur dite sa performance, c'est la note de l'individu. Plus elle est élevée, et plus l'algorithme s'approche de la solution optimale.

Cette fonction sera exécutée un grand nombre de fois, ce qui implique que la rapidité de l'algorithme dépend essentiellement d'elle. Elle peut tenir compte des individus "invalides" si le problème doit satisfaire des contraintes que les opérateurs de mutation et croisement ne respectent pas.

f Génération des parents et des enfants On crée la nouvelle génération (la génération des enfants) en sélectionnant des individus de la génération précédente (la génération des parents), et en les ayant croisés entre eux et mutés pour donner de nouveaux individus. Ce processus est réitéré pour chaque génération.

g Critère de convergence Un critère d'arrêt de l'algorithme est nécessaire. Il peut être défini de différentes façons :

- L'algorithme s'arrête lorsque le meilleur individu d'une génération a dépassé un certain stade,
- ou lorsqu'un certain nombre d'individus sont identiques à la solution locale optimale (convergence partielle),
- ou encore lorsqu'un nombre maximum de génération est atteint.

Dans notre cas, la fonction objectif est une résolution du problème magnétique par la méthode des éléments finis, ce qui engendre un temps de calcul très important. Nous avons donc adopté comme critère d'arrêt un nombre maximum de génération.

4.3.3 Première optimisation

Nous allons maintenant effectuer deux optimisations en utilisant la méthodologie développée précédement.

Dans cette première étude nous considérons un bobinage statorique fixe, trois variables d'optimisation et une seule contrainte, en l'occurrence la contrainte thermique.

4.3.3.1 Conditions d'optimisation

a Objectif et variables de l'optimisation L'objectif de cette comparaison est l'optimisation pour chaque vitesse de rotation, du couple électromagnétique moyen fourni et par suite de la puissance maximale.

La fonction objectif est définie comme suit :

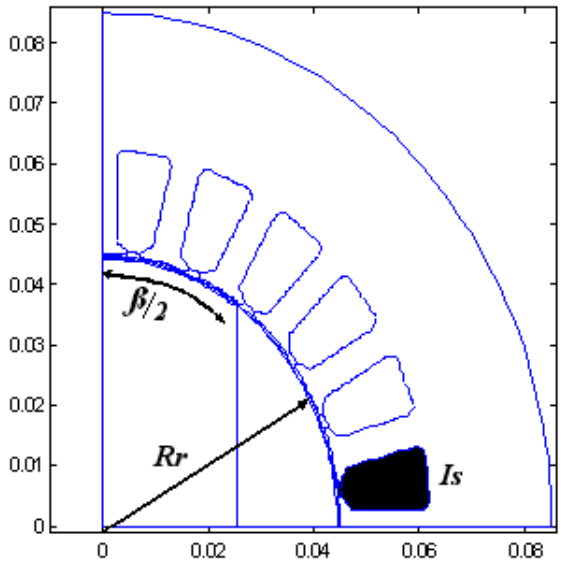

FIG. 4.15 – *Machine d'étude et variables d'optimisation*

$$\Gamma = \frac{2}{\pi}(W_d - W_q) \tag{4.4}$$

$$\Gamma = \frac{2}{\pi}\left[\iiint_{pos_d}\left[\int_0^B B(H)dH\right]dV - \iiint_{pos_q}\left[\int_0^B B(H)dH\right]dV\right] \tag{4.5}$$

avec

W_d : coénergie magnétique en position de conjonction,
W_q : coénergie magnétique en position d'opposition.

Les variables d'optimisation sont au nombre de trois :

1. le rayon rotorique R_r,
2. l'angle d'ouverture du rotor β,
3. le courant statorique I_s.

Ces variables sont regroupés dans la figure 4.15.

Les autres caractéristiques sont les mêmes que pour notre machine de test, données dans la section 5.2.

Nous définissons d'abord la taille minimale permettant de coder chaque variable. Ensuite, la concaténation des trois représentations binaires des variables permet de constituer un individu, comme le montre la figure 4.16.

Ainsi, on dispose pour chaque combinaison des trois variables, d'un individu représentatif d'une machine, codé sous forme binaire.

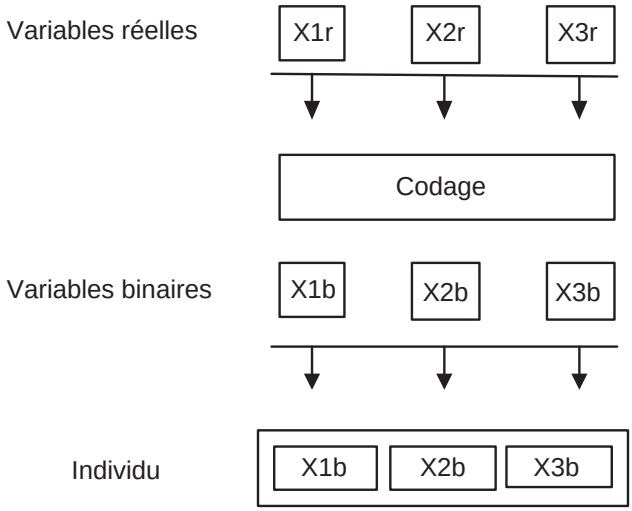

FIG. 4.16 – *Codage en binaire des variables réelles, et génération d'un individu*

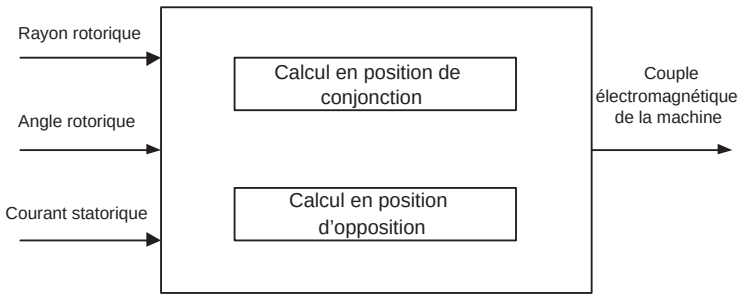

FIG. 4.17 – *Evaluation de la fonction objectif*

b Evaluation de la fonction objectif Afin d'évaluer un individu, on *construit* la machine aux caractéristiques de l'individu (R_r, β, et I_s), ensuite on résoud par la méthode des éléments finis le problème magnétique pour deux positions du rotor : la position de conjonction et la position d'opposition. Enfin, la performance de l'individu, le couple électromagnétique, est calculée comme indiqué par la figure 4.17.

Afin de minimiser le temps de calcul, on ne simule que le quart de la machine, et au lieu de mailler le rotor pour les deux positions considérées, nous changeons juste, l'alimentation des différentes phases de la machine.

La figure 4.18 montre un exemple des lignes de champ en position d et en position q, pour un individu.

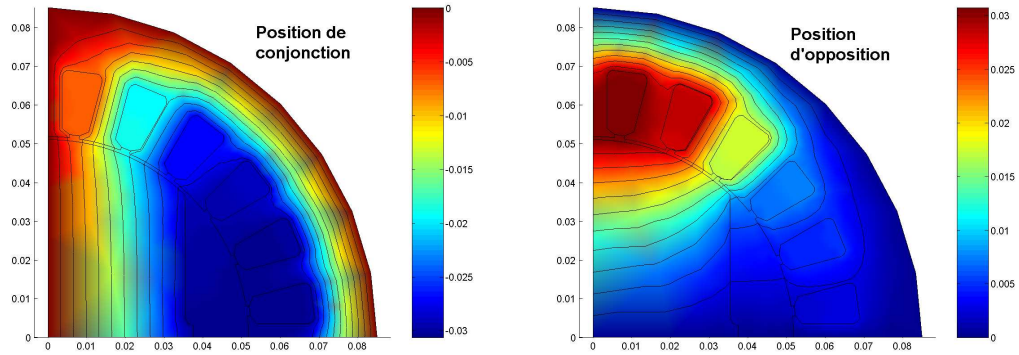

FIG. 4.18 – *Exemple de lignes de champs pour un individu*

Caractéristiques des matériaux à comparer : Les caractéristiques importantes des tôles magnétiques et des poudres de fer pour notre optimisation sont : le niveau d'induction et les pertes fer. En effet, il s'agit de prospecter les potentialités des poudres de fer, qui sans atteindre les performances des tôles magnétiques pour le niveau de saturation, offrent des pertes de fer à priori plus faibles en haute vitesse.

Les matériaux adoptés pour notre optimisation sont :

1. les tôles magnétiques standard d'épaisseur 35mm, avec un coefficient de pertes amélioré (1.35 $\frac{W}{kg}$),
2. les poudres de fer, (Somaloy550 + 0.6 % LB1 de densité 7.31$\frac{g}{cm^3}$), fabriquées par *Höganäs*, choisis en raison de leurs potentialités pour la haute vitesse.

Nous comparons dans la figure 4.19, la courbe de saturation des deux matériaux considérés. La comparaison va indéniablement au profit des tôles magnétiques qui possèdent une perméabilité maximale beaucoup plus importante que les poudres de fer, un facteur de 6 existe entre les deux. Néanmoins, le niveau de saturation est comparable, et l'évolution des poudres de fer en ce sens est significative.

Les pertes fer dans les poudres utilisées peuvent s'exprimer par la formule semi empirique :

$$P_{fe} = k_h.f.B_{max}^{\gamma} \tag{4.6}$$

avec

P_{fe} : densité volumique des pertes fer,
f : fréquence de l'induction magnétique,
B_{max} : induction maximale à la fréquence f,
k_h, γ : coefficients fournis par le constructeur.

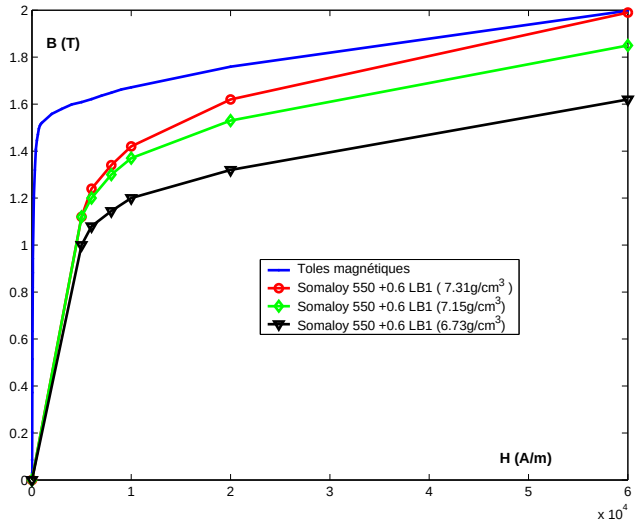

FIG. 4.19 – *Courbe de saturation des tôles, et des poudres de fer*

Les coefficients de pertes sont les suivants :

Paramètres	Valeurs [SI]
k_h	1500
γ	2

TAB. 4.2 – *Coefficients des pertes fer dans les poudres*

Nous avons vu précédemment dans le paragraphe 3.3.1.3 que les pertes fer des tôles magnétiques utilisées peuvent être calculées comme suit :

$$P_{fe} = k_h.f.B_{max}^2 + k_{fa}.f^2.B_{max}^{\beta} \tag{4.7}$$

avec les coefficients suivants :

Paramètres [SI]	Valeurs
k_h	123.6
k_{fa}	3.7
β	1.8

TAB. 4.3 – *Coefficients de calcul des pertes fer dans les tôles magnétiques*

On peut noter que le coefficient des pertes par hysteresis k_h des poudres de fer est plus grand que celui des tôles magnétiques. Cependant, les pertes par courants de Foucault sont quasiment nulles dans les poudres.

4.3.3.2 Contraintes d'optimisation

La première contrainte concerne le volume de la machine. En effet, nous considérons un volume fixe de la machine, et donc, un rayon externe et une longueur utile fixes.

Une deuxième contrainte découlant des limitations en haute vitesse évoquées en chapitre 1, est considérée : la contrainte thermique.

Nous adoptons le modèle simplifié, présenté précédemment en équation 1.10. Si on néglige les pertes mécaniques, la contrainte de température s'exprime alors ainsi :

$$\Delta\theta = \frac{P_{Joule} + P_{fer}}{h.S_m} \leq 100° \tag{4.8}$$

avec

h : coefficient d'échange convectif, pris égal à 80 $[\frac{W}{m^2.K}]$, ce qui correspond à un refroidissement efficace par convection forcée sur la carcasse statorique,

S_m : surface de la carcasse statorique, prise égale à celle de notre machine de test, à savoir 0.34 $[m^2]$.

La valeur maximale choisie de l'échauffement correspond à une classe d'isolation **F**, (150°). Nous admettons une température ambiante de 25°, et une marge d'erreur de 25° entre la température moyenne de la machine et celle du point chaud.

4.3.3.3 Résultats

Les tableaux suivants donnent les conditions et les contraintes d'optimisation adoptées :

Contrainte	Valeur	Unité
Thermique	$\Delta\theta \leq 100$	[°C]
Mécanique	non considerée	[-]

TAB. 4.4 – *Contraintes de l'optimisation*

Paramètres	Intervalle d'évolution	Précision	Nombre de bits
Rayon rotorique R_r [m]	$[27.10^{-3} \ldots 67.10^{-3}]$	$5.8.10^{-13}$	36
Angle rotorique β [°]	[2° ... 150°]	$2.1.10^{-9}$	36
Courant statorique $[A]$	[1 ... 100]	$1.4.10^{-9}$	36

TAB. 4.5 – *Codage des variables de l'AG*

Les autres caractéristiques des machines étudiées sont rappelées dans le tableau 4.6.

Paramètres	Valeurs	Unités
Longueur	130	[mm]
Rayon externe	85	[mm]
Hauteur des encoches	16	[mm]
Nombre de conducteurs par encoche	6	[–]
Alimentation	triphasée	[–]

TAB. 4.6 – *Caractéristiques des machines étudiées*

Enfin, les paramètres de réglage de l'AG utilisés pour notre optimisation sont regroupés dans le tableau 4.7.

Paramètres	Valeurs
Nombre d'individus par génération N_i	60
Nombre de générations N_g	300
Procédure de sélection	roue de fortune
Probabilité de recombinaison	0.8
Procédure de recombinaison	croisement 1 points
Probabilité de mutation	0.1
Procédure de mutation	mutation accélérée

TAB. 4.7 – *Paramètres de l'AG*

Nous rappelons enfin qu'en raison du coût en temps de calcul, le critère de convergence de l'AG a été choisi comme étant le nombre maximum de générations.

a Résultats d'optimisation D'abord, nous présentons en figure 4.20 un exemple de la convergence des variables d'optimisation à une vitesse de rotation de 40 000tr/min, pour les poudres de fer.

Nous constatons l'amélioration constante de la fonction objectif : le couple électromagnétique. De plus, l'évolution des variables se fait par *paliers*, et à chaque changement de palier de l'une des trois variables correspond une amélioration de la valeur du couple. Enfin, l'évolution de ces variables est importante dans les premières générations, ensuite elle diminue à fur et à mesure des générations.

La figure 4.21 montre l'évolution des pertes fer en fonction de la vitesse de rotation pour les deux stators (en poudre et en tôles). Nous observons que les pertes fer augmentent avec la vitesse et tendent vers la somme des pertes tolérée. En faible vitesse de rotation, la machine à stator en poudre

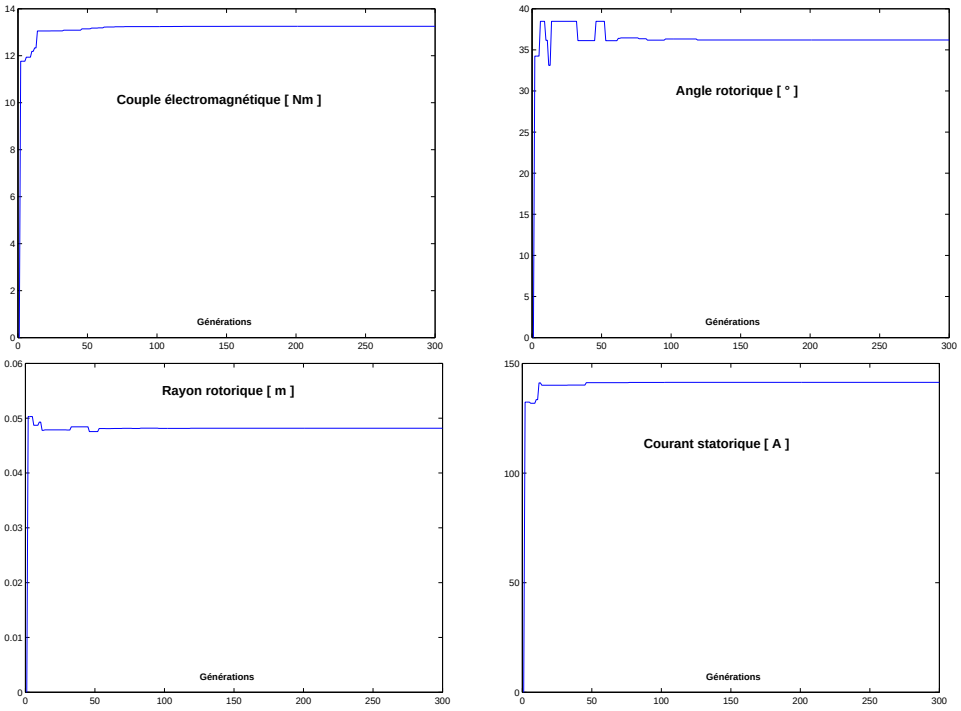

FIG. 4.20 – *Convergence du couple électromagnétique et des variables d'optimisation pour les poudres de fer, à une vitesse de rotation de 40 000tr/min*

présente plus de pertes que celle avec des tôles magnétiques. En revanche à partir de d'environ 14 000tr/min cette tendance s'inverse.

Les pertes Joule restent constantes à l'image des courants statoriques (figures 4.22 et 4.25).

Comme prévu, en basse vitesse le couple fourni par la machine à stator en tôles magnétiques est plus important que celui de la machine à poudre de fer (figure 4.23). En effet, en basses vitesses les pertes fer dans les tôles restent acceptables. En revanche, à partir d'une vitesse de rotation caractéristique (autour de 33 000tr/min), cette tendance s'inverse, et les tôles sont "handicapées" par leurs pertes fer excessives. Les poudres de fer se révèlent donc compétitives pour les hautes vitesses.

La courbe des puissances est encore plus explicite, et l'avantage des poudres de fer en haute vitesse est visible.

Concernant les variables d'optimisation, on peut noter la stabilité du courant statorique I_s, qui garde sa valeur maximale de 100A (figure 4.23). L'algorithme "favorise" ainsi une grande valeur de courant qui conduit à un couple important, (le couple électromagnétique étant approximativement proportionnel au carré du courant statorique). Les pertes Joule sont relativement faibles pour cette valeur de courant (figure 4.22).

Le rayon rotorique reste relativement stable et égal à environ 40mm

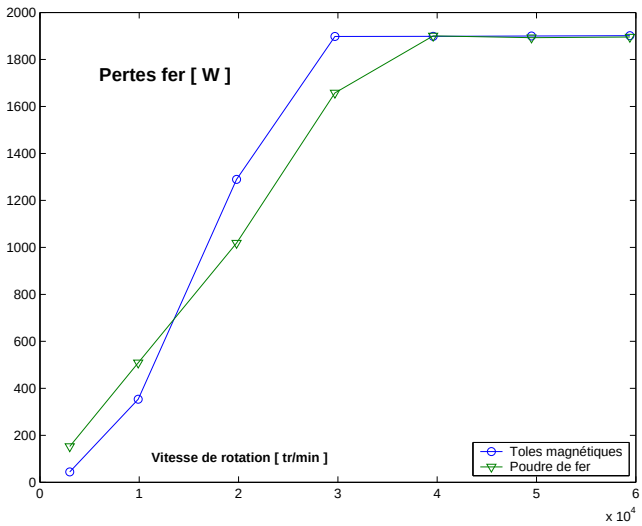

FIG. 4.21 – *Evolution des pertes fer en fonction de la vitesse de rotation*

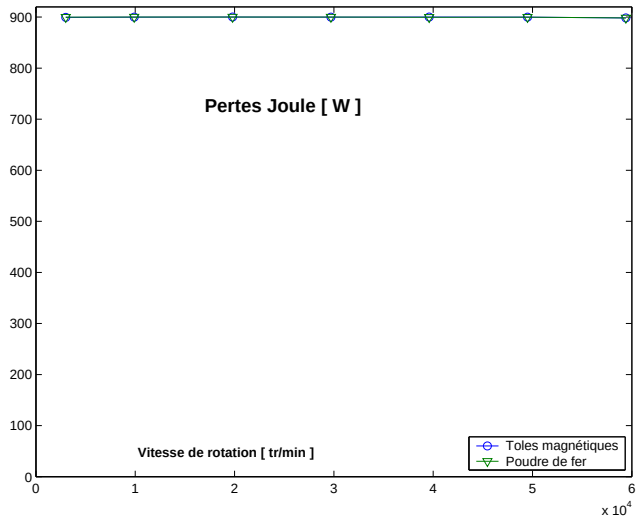

FIG. 4.22 – *Evolution des pertes Joule en fonction de la vitesse de rotation*

(figure 4.26). Cette valeur correspond à une largeur de culasse approximativement égale à la moitié de la surface utile de la *dent* du rotor. L'angle rotorique β (figure 4.27) a une tendance à décroître, lorsque, comme indiqué en paragraphe 4.3.1.1, la contrainte thermique est atteinte.

La figure 4.28 montre l'évolution de l'échauffement de la machine. Le maximum n'est atteint que pour des vitesses supérieures à 30 000tr/min, à cause du refroidissement efficace utilisé (coefficient d'échange convectif de la surface extérieure de la machine égale à 80 $\frac{W}{m^2.C}$).

En effet, pour $\Omega < 30\ 000 tr/min$ les pertes fer restent relativement

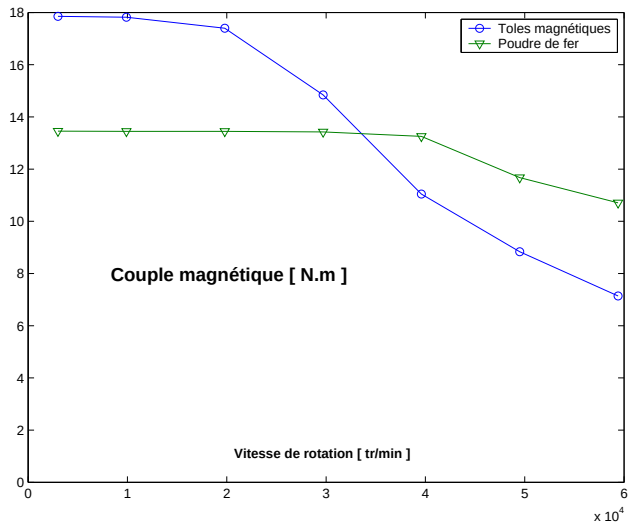

FIG. 4.23 – *Evolution du couple de la machine en fonction de la vitesse de rotation*

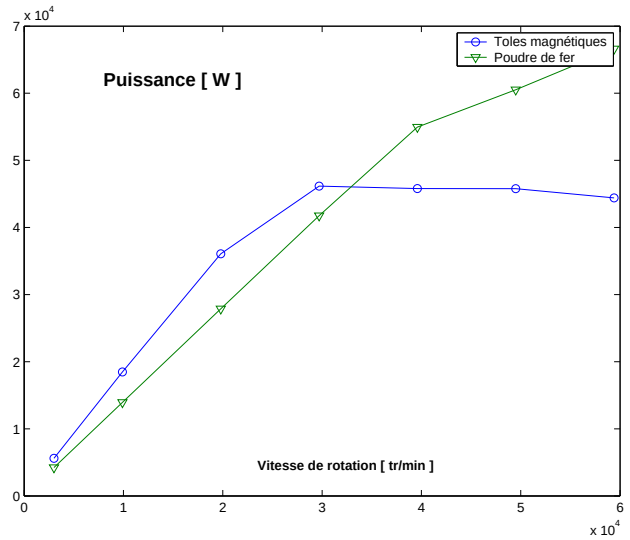

FIG. 4.24 – *Evolution de la puissance de la machine en fonction de la vitesse de rotation*

réduites pour les deux machines, alors qu'elles augmentent considérablement pour des vitesses de rotation supérieures. Les pertes Joule étant pratiquement constantes, l'évolution de la température de la machine suit l'évolution des pertes fer.

Pour les deux machines, le rapport $\frac{L}{R_r}$ dépasse 3 au fur et à mesure que la vitesse de rotation augmente. Cela est dû à la diminution du rayon du

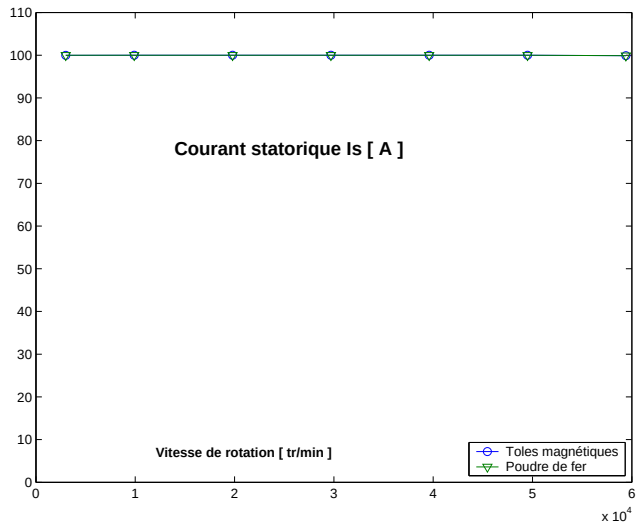

FIG. 4.25 – *Evolution du courant statorique en fonction de la vitesse de rotation*

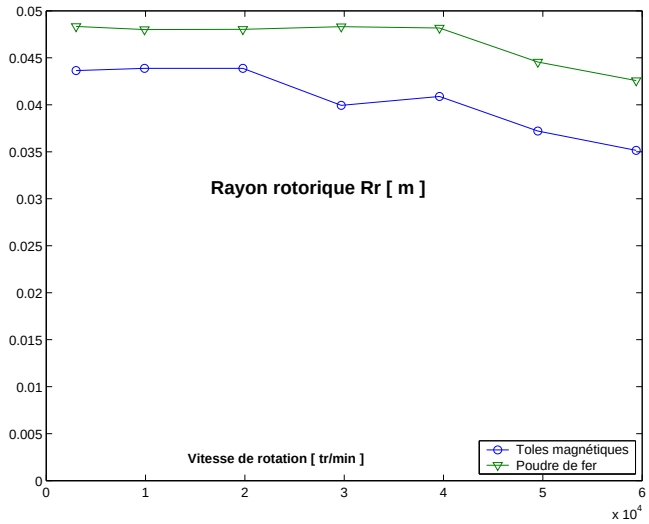

FIG. 4.26 – *Evolution du rayon rotorique en fonction de la vitesse de rotation*

rotor alors que la longueur est fixée.

Nous avons aussi examiné l'évolution de l'induction moyenne dans la culasse (figure 4.30). Cette induction est obtenue en position d comme suit :

$$B_c = \frac{\Phi}{S_{culasse}} \tag{4.9}$$

avec

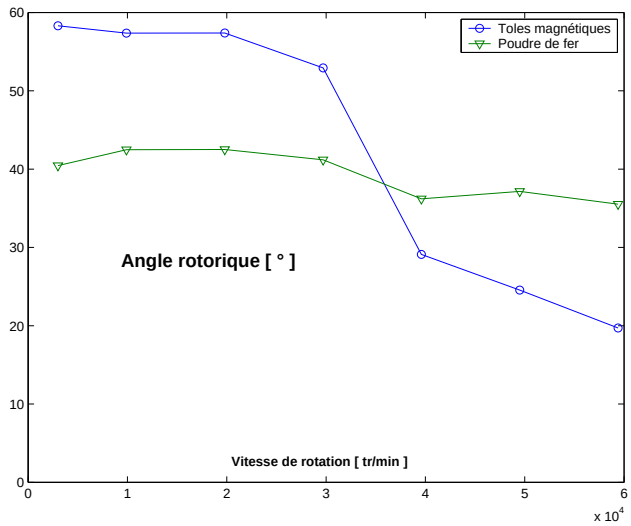

FIG. 4.27 – *Evolution de l'angle β en fonction de la vitesse de rotation*

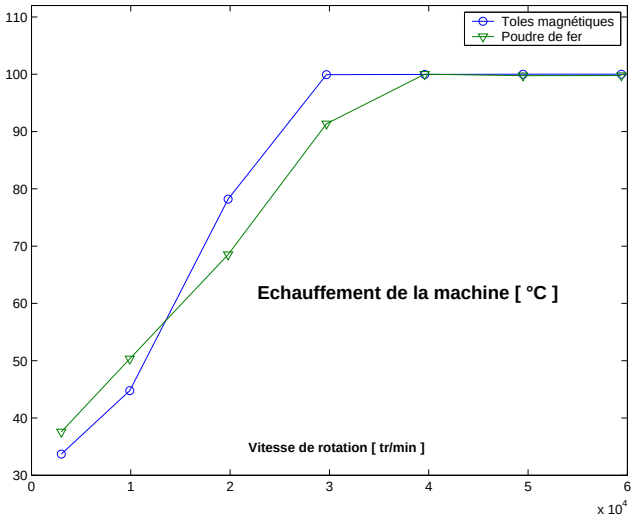

FIG. 4.28 – *Evolution de l'échauffement en fonction de la vitesse de rotation*

Φ : flux en position d,
$S_{culasse}$: section de la culasse.

On peut noter d'abord que B_c est constante pour les faibles vitesses de rotation, et décroît ensuite lorsque les pertes fer augmentent afin de satisfaire la contrainte thermique.

On retiendra donc de cette optimisation, que la machine synchrone à

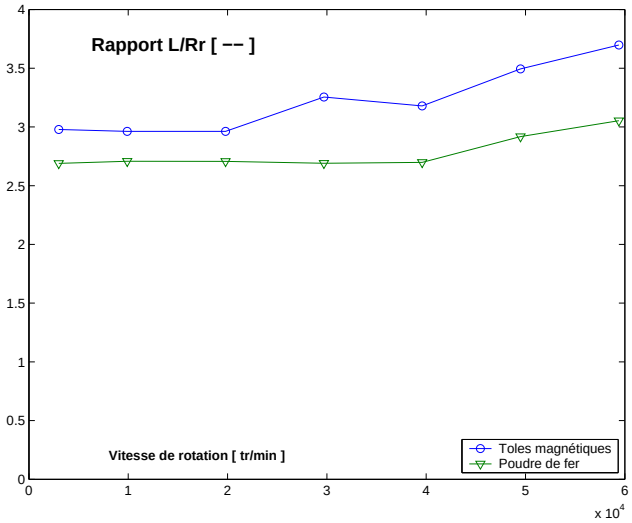

FIG. 4.29 – *Evolution du rapport L/Rr en fonction de la vitesse de rotation*

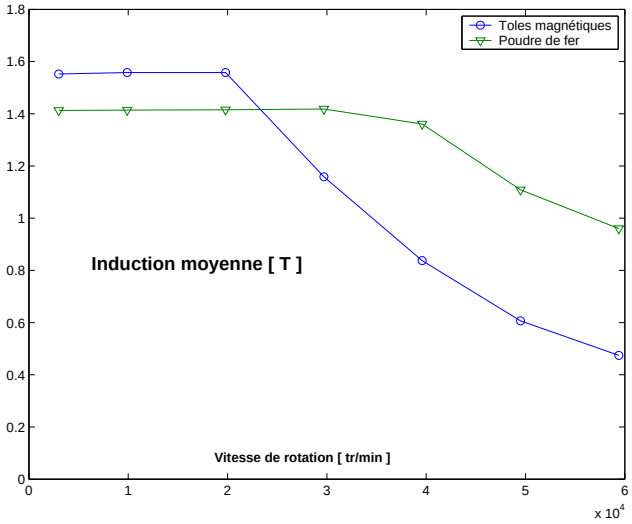

FIG. 4.30 – *Evolution de l'induction dans la culasse de la machine en fonction de la vitesse de rotation*

réluctance variable à stator en poudre de fer présente un intérêt pour les hautes vitesses de rotation, grâce à des pertes fer réduites en haute vitesse, ainsi qu'à un faible coût de fabrication.

4.3.4 Deuxième optimisation

Cette deuxième optimisation a pour objectif de confirmer les tendances relevées par la première, en prenant en compte l'influence de la hauteur

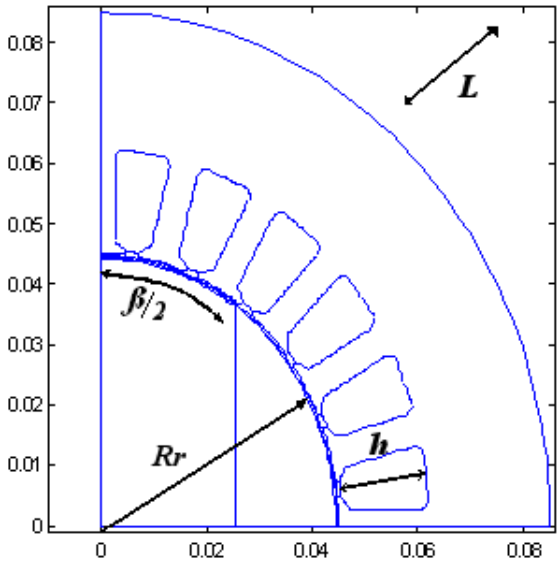

FIG. 4.31 – *Machine d'étude et variables d'optimisation*

d'encoches ainsi que la longueur de la machine. De plus, nous fixons la densité de courant au stator et nous considérons la contrainte mécanique en traction et la résonnace mécanique.

4.3.4.1 Conditions d'optimisation

L'objectif reste inchangé : maximiser le couple magnétique pour chaque vitesse de rotation. La fonction objectif est donc celle donnée par l'équation 4.5.

D'autre part, les variables d'optimisation sont au nombre de quatre :

1. le rayon rotorique R_r,
2. l'angle du rotor β,
3. la hauteur des encoches statoriques h,
4. la longueur du rotor L.

Ces variables sont regroupées sur la figure 4.31.

Les autres caractéristiques sont les mêmes que pour notre machine de test.

Le codage des variables, l'évaluation de la fonction objectif, et les caractéristiques des matériaux à comparer sont gardés inchangés par rapport à la première optimisation.

4.3.4.2 Contraintes d'optimisation

L'optimisation se fait *à volume maximal fixé*. Le rayon externe du stator est constant, tandis que la longueur de la machine est limitée à une valeur maximale. La densité de courant dans les encoches est fixée à $4.5\frac{A}{mm^2}$.

Nous considérons dans cette deuxième optimisation les contraintes suivantes :

a Contrainte thermique Cette contrainte reste inchangée par rapport la première optimisation (équation 4.8).

b Contraintes mécaniques Nous considérons deux contraintes mécaniques :

1. *Vitesse limite :* Elle a été définie précédemment au chapitre 1, paragraphe 1.1.3.1 a. Pour notre optimisation, elle est fixée comme suit :

$$R_r.\omega \leq V_{max} = 220\,[\frac{m}{s}] \tag{4.10}$$

$$R_r \leq \frac{220}{\omega}\,[m] \tag{4.11}$$

   où ω est la vitesse angulaire de rotation.

   Cette contrainte va donc limiter le rayon du rotor particulièrement pour les hautes vitesses.
2. *Vitesse critique :* Elle a été aussi définie précédemment au chapitre 1, paragraphe 1.1.3.1 b.
   Si on admet que la vitesse critique et la vitesse limite sont atteintes au même moment, on peut montrer que ces deux contraintes se traduisent par une limitation sur le rapport $\frac{L}{R_r}$ par :

$$\left(\frac{L}{R_r}\right)^2 = \frac{k_a}{k_p^2}\sqrt{\frac{96}{5}\frac{k_{fr}.E}{\sigma_{lim}}} \tag{4.12}$$

   avec

   k_a : coefficient géométrique égal au rapport du diamètre de l'arbre sur celui du rotor, $k_a = \frac{d_a}{D_a}$. Pour notre cas $k_a = 0.4$,

   k_p : coefficient géométrique égal au rapport de la longueur entre appuis du rotor sur la longueur du rotor, $k_p = \frac{L_p}{L}$. Pour notre cas $k_p = 2$.

   En faisant l'application numérique pour un rotor en acier, avec $k_{fr} = 0.88$, $\sigma_{lim} = 400\frac{N}{mm^2}$, et $E = 210\ 000\frac{N}{mm^2}$, nous trouvons :

$$\frac{L}{R_r} = 3 \tag{4.13}$$

4.3.4.3 Résultats

Les paramètres de l'algorithme sont données dans les trois tableaux 4.8, 4.9, et 4.10.

Contrainte	Valeurs	Unités
Thermique	$\Delta\theta \leq 100$	[°C]
Mécanique 1	$\frac{L}{R_r} = 3$	[–]
Mécanique 2	$R_r \leq \frac{220}{\omega}$	[m]

TAB. 4.8 – *Contraintes de la deuxième optimisation*

Paramètres	Valeurs	Unités
Longueur maximale	130	[mm]
Rayon externe maximal	85	[mm]
Densité de courant surfacique	4.5	$[\frac{A}{mm^2}]$
Nombre de conducteurs par encoche	6	[–]
Alimentation	triphasée	[–]

TAB. 4.9 – *Caractéristiques des machines adoptées pour la deuxième optimisation*

Variables	Intervalle d'évolution	Précision	Nombre de bits
Rayon rotorique R_r [m]	$[27.10^{-3} \ldots \frac{220}{\Omega}]$	$\leq 5.8.10^{-13}$	36
Angle rotorique [°]	$[2 \ldots 178]$	$2.5.10^{-9}$	36
Hauteur des encoches [m]	$[1.10^{-3} \ldots 57.10^{-3}]$	$8.1.10^{-13}$	36
Longueur du rotor L [m]	$[81.10^{-3} \ldots \frac{660}{\Omega}]$	$\leq 1.74.10^{-12}$	36

TAB. 4.10 – *Codage des variables de la deuxième optimisation*

Les autres paramètres de réglage restent inchangés. Ils sont donnés par le tableau 4.7.

a Résultats d'optimisation Nous présentons d'abord un exemple de la convergence des variables d'optimisation à une vitesse de rotation de 40 000tr/min, pour des tôles magnétiques.

Comme pour la première optimisation, nous constatons l'augmentation constante du couple magnétique. On peut noter une variation brusque de la hauteur d'encoche et de l'angle rotorique autour de la génération 125. Elle traduit un changement important de la géométrie de la meilleure machine

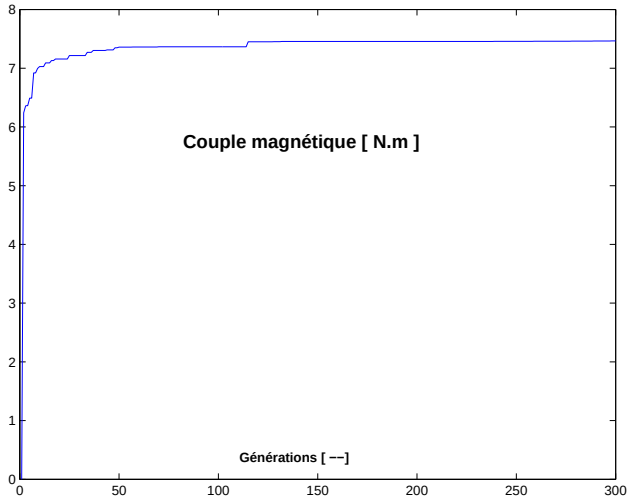

FIG. 4.32 – *Convergence du couple magnétique pour les tôles magnétiques, à une vitesse de rotation de 40 000tr/min*

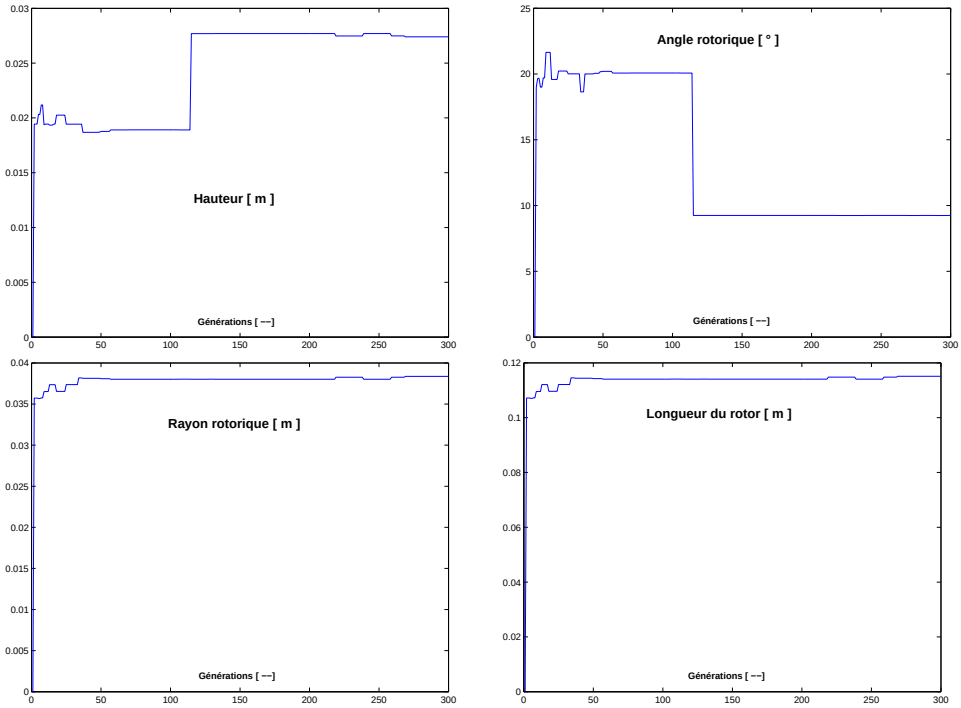

FIG. 4.33 – *Convergence des variables d'optimisation pour les tôles magnétiques, à une vitesse de rotation de 40 000tr/min*

à 40 000tr/min, qui engendre une amélioration notable sur la courbe du couple magnétique 4.32.

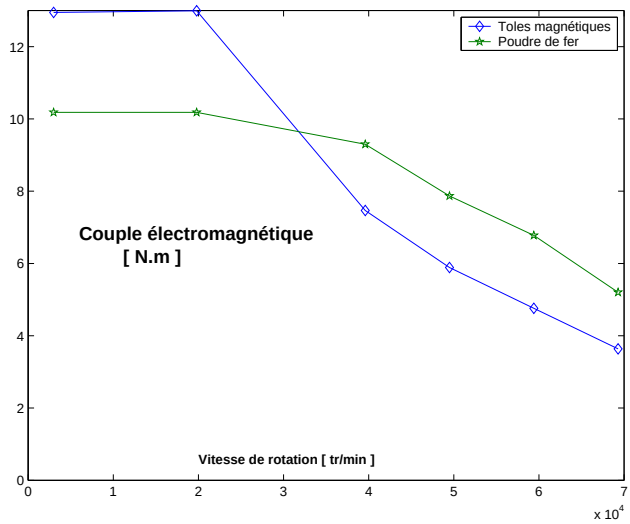

FIG. 4.34 – *Evolution du couple magnétique optimisé en fonction de la vitesse de rotation*

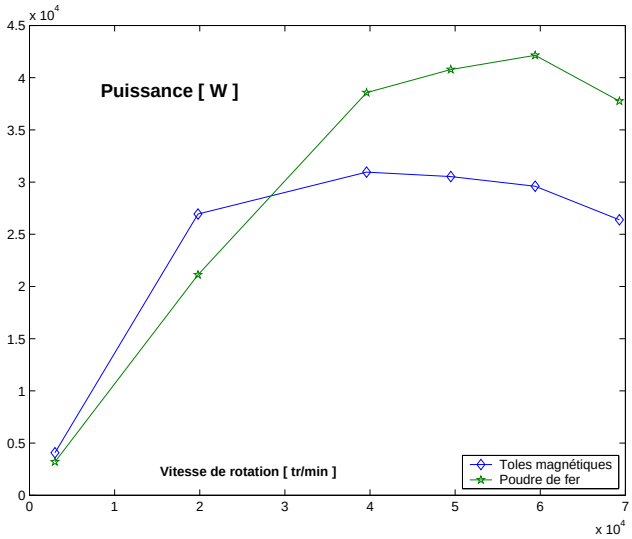

FIG. 4.35 – *Evolution de la puissance en fonction de la vitesse de rotation*

Les figures 4.34 et 4.35 montrent que le couple électromagnétique et la puissance sont plus faibles que pour la première optimisation. En faible vitesse, les tôles magnétiques fournissent plus de couple que les poudres. A partir d'une vitesse caractéristique avoisinant les 30 000tr/min, cette tendance s'inverse. Le couple est d'abord pratiquement constant. Il décroît ensuite lorsque la contrainte thermique est atteinte (figure 4.41).

L'évolution de la puissance des machines comparées confirme l'intérêt

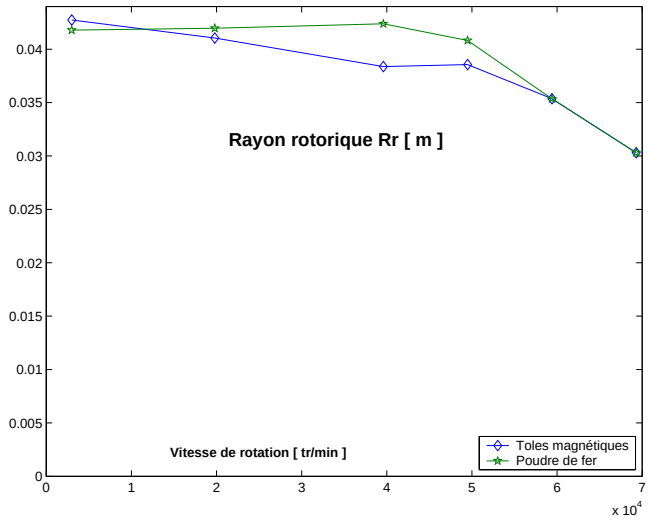

FIG. 4.36 – *Evolution du rayon rotorique en fonction de la vitesse de rotation*

des poudres en hautes vitesses. La décroissance de la puissance pour des vitesses élevées est dûe à la diminution du rayon et de la longueur du rotor (figures 4.36 et 4.37). On sait en effet que la puissance est proportionnelle au produit $R_r^2.L$.

Le rayon rotorique présenté par la figure 4.36, est d'abord relativement constant autour de 40mm pour les deux machines. Il diminue ensuite au delà d'une vitesse de 55 000tr/min par suite de la contrainte de traction.

La figure 4.37 montre que la longueur du rotor évolue en concordance avec le rayon rotorique de façon à respecter la contrainte $\frac{L}{R_r} = 3$. Cette longueur est stable pour les faibles et moyennes vitesses, mais elle décroît en haute vitesse pour des raisons mécaniques.

Le courant statorique (figure 4.39) est d'abord pratiquement constant. Sa valeur conduit à un couple important. Il décroît ensuite lorsque la contrainte thermique est atteinte.

La hauteur des encoches varie de façon équivalente au courant statorique (figures 4.38 et 4.39). En effet, la densité du courant dans les encoches est maintenue constante, et par ailleurs, l'épaisseur de l'encoche varie très faiblement. Notons que les valeurs optimisées de la hauteur h sont supérieures à la valeur choisie durant la première optimisation ($h = 16mm$).

On peut noter aussi que cette hauteur croît pour des vitesses supérieures à 55 000tr/min particulièrement pour les poudres de fer. Cette augmentation est dûe à la décroissance du rayon rotorique qui induit une diminution des pertes fer et autorise donc un courant plus élevé.

L'angle d'ouverture du rotor reste stable pour les poudre de fer (figure 4.40). A l'inverse, la machine à stator en tôles, plus sensible à la saturation magnétique, voit son angle β décroître à une valeur très faible pour les

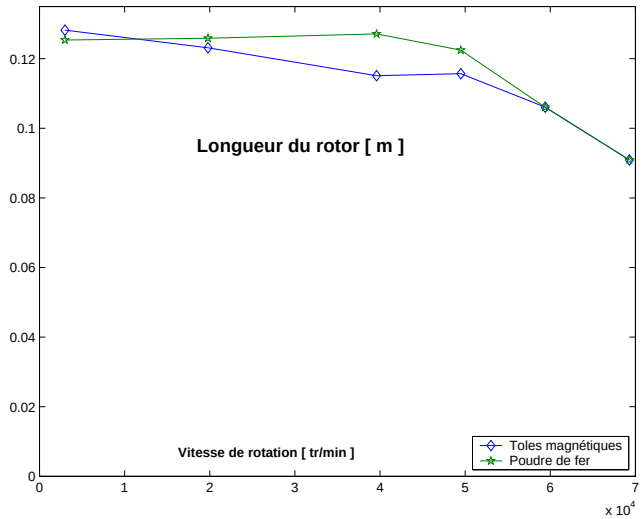

FIG. 4.37 – *Evolution de la longueur de la machine en fonction de la vitesse de rotation*

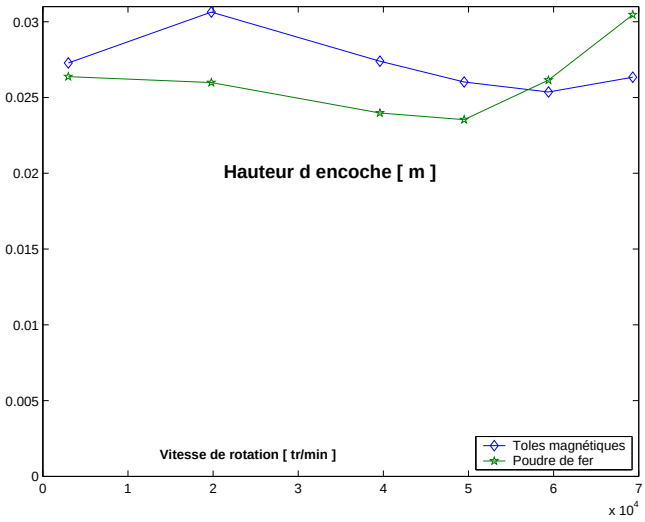

FIG. 4.38 – *Evolution de la hauteur des encoches statoriques en fonction de la vitesse de rotation*

vitesses élevées. Ce résultat est dû à la contrainte thermique. Il est conforme aux résultats discutés dans le paragraphe 4.3.1.1.

Il est important à noter que cette valeur faible de l'angle β fragilise mécaniquement le rotor. La prise en compte d'une valeur minimale de cet angle aurait nécessité un modèle mécanique donnant les contraintes dans le rotor à chaque vitesse de rotation et à chaque angle β.

A faible vitesse, l'échauffement de la machine reste modéré (figure 4.41),

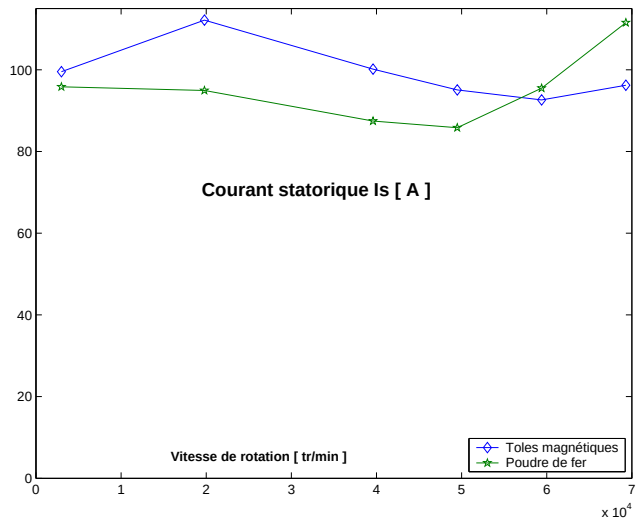

FIG. 4.39 – *Evolution du courant statorique en fonction de la vitesse de rotation*

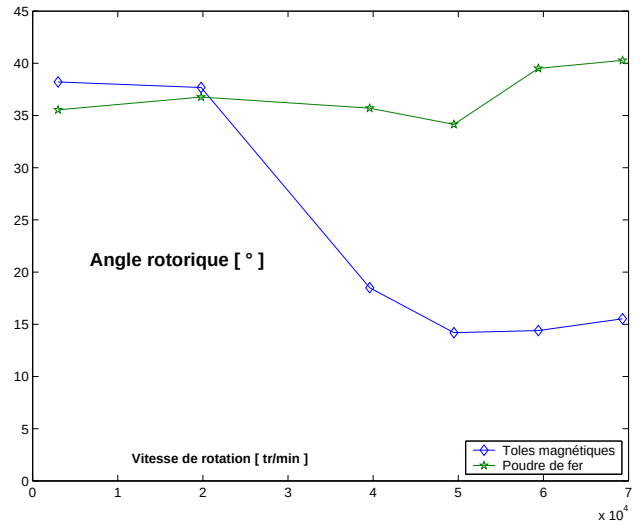

FIG. 4.40 – *Evolution de l'angle rotorique en fonction de la vitesse de rotation*

en raison d'un refroidissement efficace et aussi parce que les pertes Joule et les pertes fer restent acceptables. Le maximum d'échauffement est atteint à partir d'une vitesse de 40 000tr/min, car les pertes fer deviennent importantes (figure 4.42).

Ces pertes fer (figure 4.42) sont d'abord faibles et inférieures à 200W, ensuite, elles augmentent en fonction de la vitesse de rotation. Elles décroissent enfin en haute vitesse en raison de la limitation du rayon du rotor.

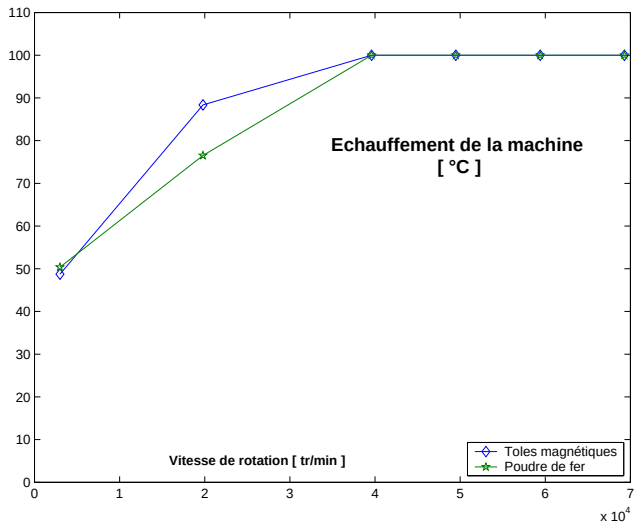

FIG. 4.41 – *Evolution de l'échauffement dans la machine en fonction de la vitesse de rotation*

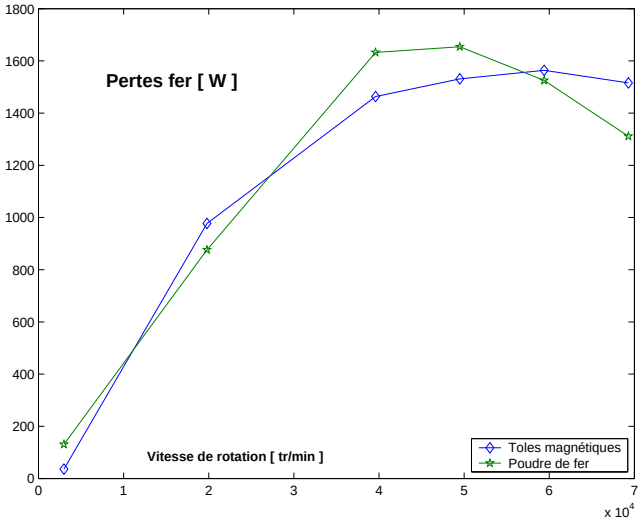

FIG. 4.42 – *Evolution des pertes fer en fonction de la vitesse de rotation*

Enfin, les pertes Joule suivent l'évolution du courant statorique (figure 4.43). Elles sont relativement constantes et importantes sur toute la plage de vitesse étudiée.

4.3.4.4 Discussion des résultats

Cette deuxième optimisation a confirmé le potentiel des poudres de fer en haute vitesse de rotation, au delà de 30 000tr/min. Comparée à la première

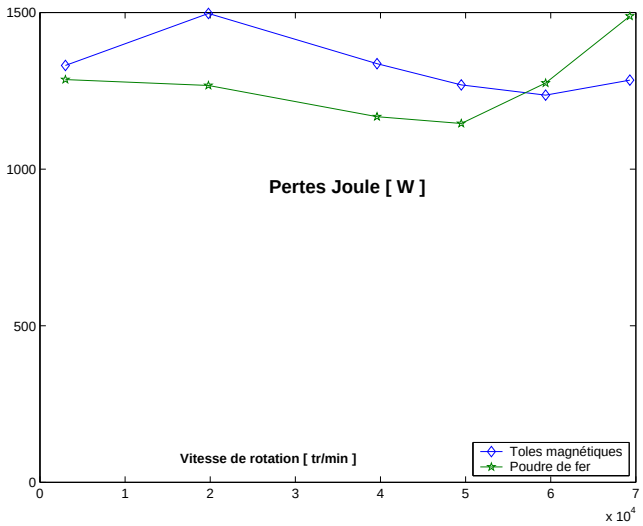

FIG. 4.43 – *Evolution des pertes Joule en fonction de la vitesse de rotation*

optimisation où la hauteur d'encoche est fixée à 16mm et la densité de courant est égale à $10\frac{A}{mm^2}$ (100A), cette optimisation effectuée à $4.5\frac{A}{mm^2}$, autorise une hauteur d'encoche plus grande, et donc un courant du même ordre de grandeur. Par ailleurs, nous avons vu que les contraintes mécaniques entraînent une réduction des dimensions du rotor, ce qui conduit à la diminution du couple et de la puissance maximale de la machine.

4.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthodologie générale d'optimisation des machines rapides. Pour la machine synchrone à réluctance variable, nous avons étudié l'influence des principales variables sur le couple magnétique pour un stator en tôles ou en poudres de fer. Nous avons développé ensuite un algorithme génétique binaire que nous avons couplé à la résolution par éléments finis des équations électromagnétiques.

A partir des deux études comparatives, nous mettons en évidence un intérêt significatif de l'utilisation de poudres de fer pour les stators des machines synchrone à réluctance variable en haute vitesse.

La première étude considère un volume et un bobinage fixe. Utilisant une contrainte thermique simplifiée, cette étude met en évidence une vitesse caractéristique se situant pour nos paramètres, vers 33 000tr/min. Au delà de cette vitesse, la MSRV à stator en poudre de fer produit une puissance supérieure à celle avec un stator en tôle magnétiques. En effet, à haute vitesse les poudres produisent des pertes fer plus faibles que celles dans les tôles magnétiques, ce qui permet d'augmenter les courants et les niveaux de

saturation sans pour autant dépasser la contrainte thermique.

La deuxième optimisation autorise la variation de la hauteur d'encoche et de la longueur utile de la machine. De plus, elle limite la densité de courant au stator et tient compte de deux contraintes mécaniques.

Cette deuxième étude confirme l'existence d'une vitesse caractéristique de 30 000tr/min voisine de celle de la première optimisation, au delà de laquelle l'utilisation des poudres au stator des MSRV est compétitive.

Chapitre 5

Etude Expérimentale

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord le banc d'essais de machines rapides de l'IREENA. Nous décrivons ensuite la machine synchrone à réluctance variable étudiée. Enfin, nous exposons une étude expérimentale afin d'identifier les inductances de notre machine, ainsi que les pertes mécaniques et les pertes fer en fonction de la vitesse de rotation.

Parallèlement, nous comparons les résultats expérimentaux avec les résultats de simulation en éléments finis.

5.1 Contexte du travail présenté

L'Institut de Recherche en Electronique et Electrotechnique de Nantes Atlantique (IREENA), de l'université de Nantes, à l'occasion de son agrandissement sur le site St Nazaire, a souhaité développer de nouveaux axes de recherche. L'étude et la conception de machines électriques rapides ont été retenues comme un axe de recherche innovant.

En effet, que se soit pour l'entraînement de compresseurs ou de pompes, ou pour la génération d'électricité embarquée, la rotation à haute vitesse propose des solutions techniques compétitives et efficaces.

Ces travaux de recherche ont pour finalité de mettre en service un banc expérimental, et de développer des outils de simulation nécessaires au calcul des machines rapides.

5.2 Banc d'essais

Afin de mener à bien ces recherches, un banc de mesure a été conçu à l'IREENA. Dans sa version finale, le banc d'essais regroupera :

- deux machines synchrones rapides, l'une à réluctance variable et l'autre à aimants permanents, d'une puissance de 20kW, et tournant à une vitesse nominale de 20 000tr/min,

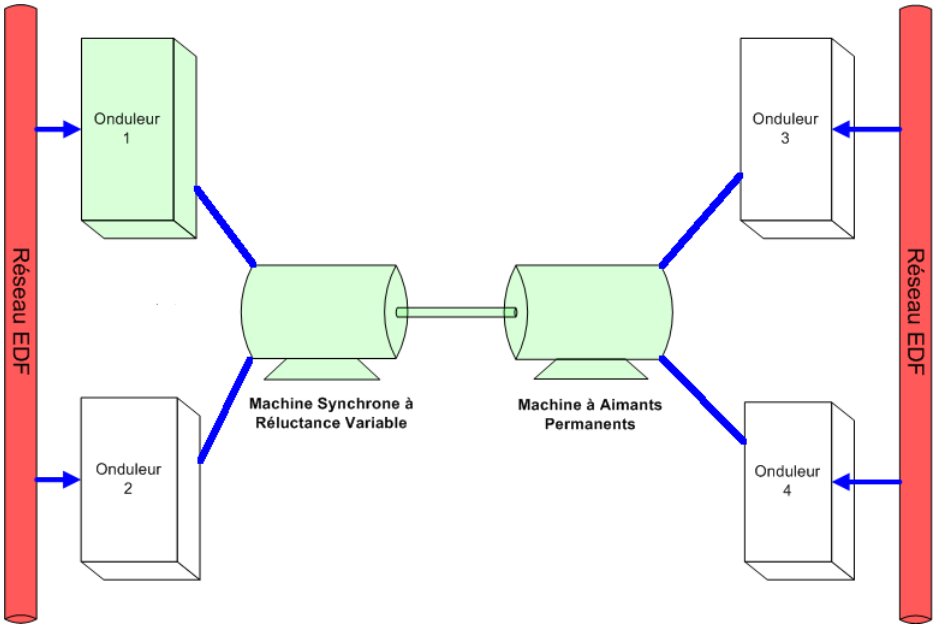

FIG. 5.1 – *Banc d'essais rapide projeté de l'IREENA*

– quatre onduleurs munis de leur commande,
– une fosse d'essais à grande vitesse, et le palan correspondant.

Le schéma de la figure 5.1 montre les différentes parties du banc d'essais, et l'on distingue la partie réalisée à ce jour en vert.

Le groupe de machines réalisé est présenté dans la figure 5.2.

Au vu des futures applications, ce banc d'essais présente plusieurs avantages :

- les deux machines de test sont rapides, et permettent ainsi, l'étude simultanée du fonctionnement d'une chaîne à haute vitesse de rotation,
- l'absence de réducteur de vitesse, permet de s'affranchir de ses pertes, de son coûteux et délicat entretien,
- les deux machines disposent du même stator ce qui permet de comparer le comportement en haute vitesse de plusieurs types de machines, par rapport aux pertes fer, ou aux pertes aérodynamiques,
- le banc est modulaire, et l'on peut facilement changer de rotor, particulièrement pour la MSRV, pour expérimenter d'autres structures comme par exemple le rotor à trous étudié au sein du laboratoire [80],
- ce banc combine à la fois une vitesse de rotation, et une puissance relativement importante,

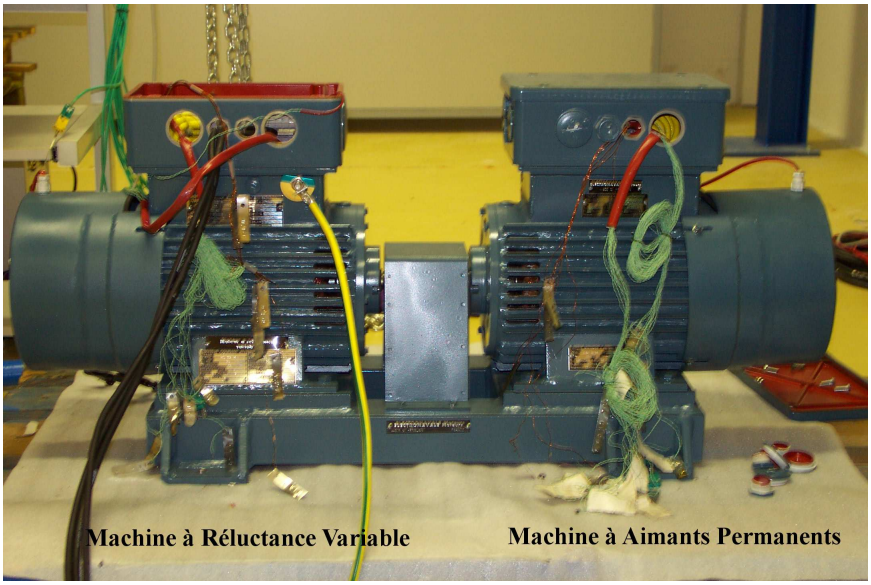

FIG. 5.2 – *Machines rapides : Machine synchrone à réluctance variable et Machine synchrone à aimants permanents*

- les bobinages statoriques sont en double étoile décalées de 30°, ce qui permet l'étude de fonctionnements en mode dégradé des machines. Ces bobinages peuvent aussi être couplés de façon à former un système triphasé.

Il est à noter que les différents composants du banc ont été livrés tout au long des quatre années de ce travail de thèse, ce qui a nécessité un important travail de manipulation, et de prise en main de l'ensemble du banc.

5.2.1 Machines rapides

Les deux machines de test sont des machines rapides, sans réducteur de vitesse. Elles possèdent le même stator, et elles sont de type synchrone.

5.2.1.1 Bobinage des machines

Les deux machines de test sont bobinées de la même manière : deux étoiles décalées de 30°, avec un pas de raccourcissement de $\frac{11}{12}$. Cette configuration permet une segmentation de la puissance, et une redondance utile dans des applications comme l'aéronautique et la propulsion navale.

5.2.1.2 Instrumentation des machines

Les machines sont pourvues de différents dispositifs de mesures :

5.2.1.3 Bobines de flux

Chaque machine dispose de deux bobinages statoriques auxiliaires, pour mesurer le flux dans le stator. Ces bobinages suivent le parcours d'un enroulement statorique, et fournissent une image de la force électromotrice. A partir de cette dernière, on peut calculer le flux dans la machine par une intégration du signal.

5.2.1.4 Thermocouples

Chaque machine de test est munie de 20 thermocouples disposés à différents niveaux du bobinage statorique, et sur toute la longueur de la machine. Ainsi, il est possible de suivre l'évolution de la température des conducteurs, celle des têtes de bobines, et celle du fer statorique.

Les thermocouples utilisés sont de type K, et une centrale d'acquisition connectée à un ordinateur permet d'enregistrer les températures de façon périodique.

La figure 5.3 montre les emplacements des thermocouples. Six thermocouples, notés de N_1 à N_6 sont positionnés dans les têtes de bobines. Les treize autres sont disposés dans les encoches 1, 5, et 11, au centre de la machine pour les encoches 5 et 11, et à 20cm de chaque extrémité pour l'encoche 1. Un autre thermocouple permet de mesurer la température entre le stator et la carcasse.

5.2.1.5 Refroidissement

Le refroidissement de chaque machine est effectué par un ventilateur externe. Des trous d'aération dans les flasques permettent la circulation de l'air dans l'entrefer.

5.2.1.6 Mesure de la vitesse

Le groupe de machines rapides dispose d'un capteur de vitesse incrémental. Il est fixé sur l'arbre de la MSAP. Il est de type ERO 1200, et il est commercialisé par l'entreprise Heidenhain. Ces caractéristiques sont :

Grandeurs	Valeurs	Unités
Nombre de points	1024	[–]
Vitesse maximale	25 000	$[\frac{tr}{min}]$
Tension d'alimentation	5	[V]
Intensité consommée	150	[mA]
Température de fonctionnement	-40 à 100	[°C]

TAB. 5.1 – *Caractéristiques du capteur de vitesse*

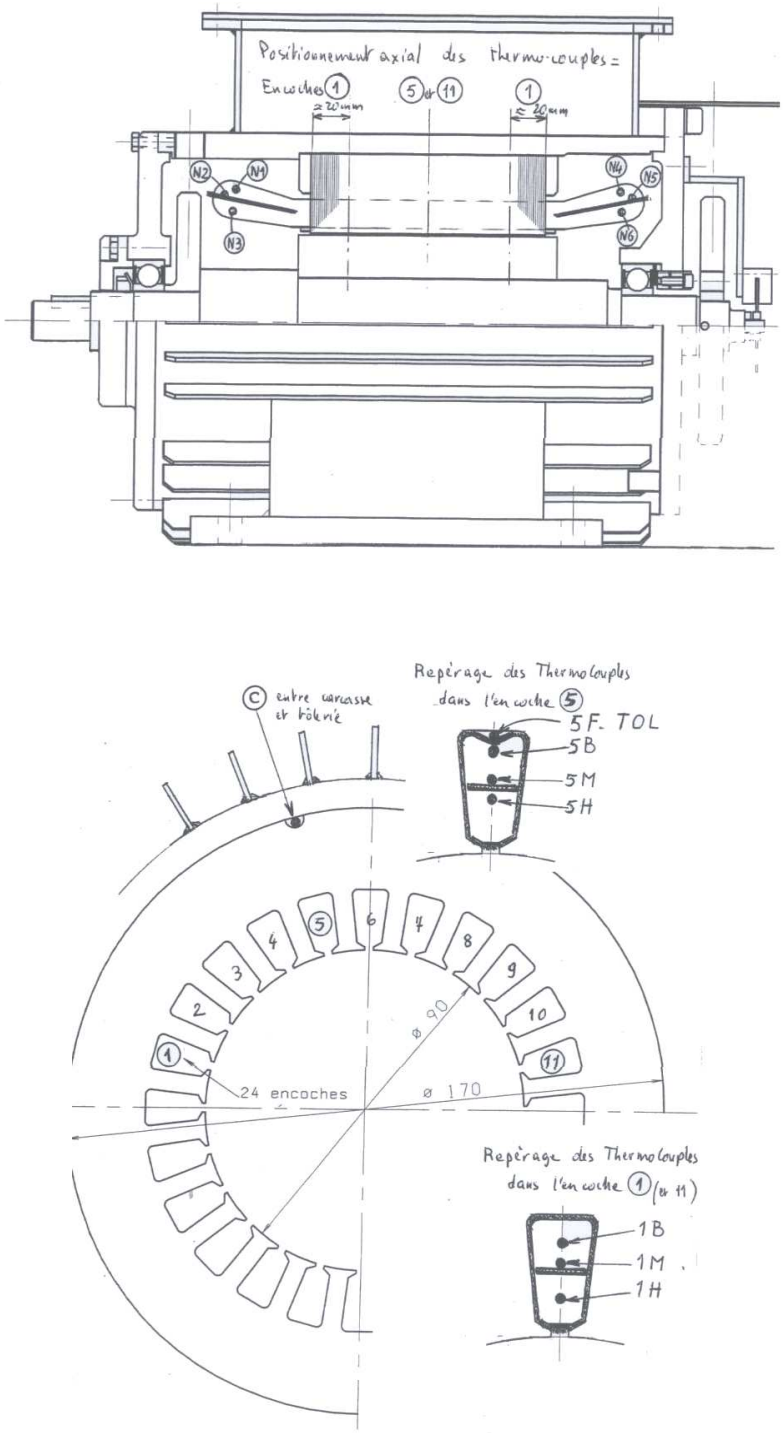

FIG. 5.3 – *Position des thermocouples*

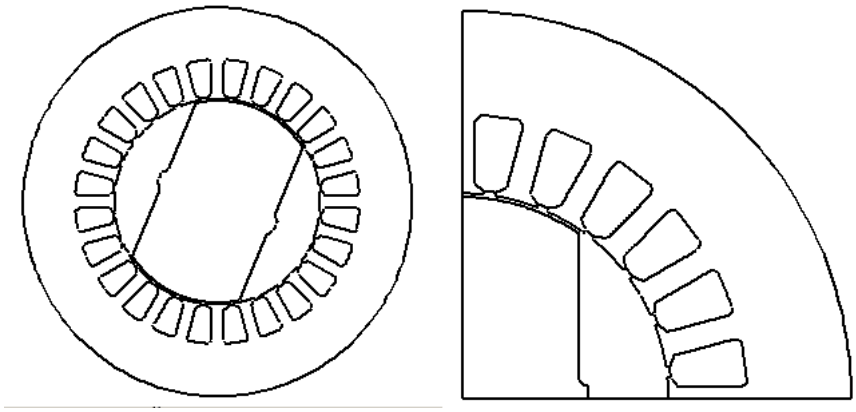

FIG. 5.4 – *La machine synchroone à réluctance variable étudiée*

5.2.2 Machine synchrone à réluctance variable

La machine étudiée est une machine à une paire de pôles, non excitée. Le stator est feuilleté, et la tôle magnétique choisie, d'une épaisseur de 0.35mm, possède des pertes relativement faibles, avec un chiffre de pertes de $1.3\frac{W}{kg}$. Comme nous l'avions spécifié, le bobinage est un double étoile avec un raccourcissement de $\frac{11}{12}$. Ce bobinage a été choisi suite à une étude antérieure menée au sein du laboratoire par Nait Srir [69]. Le rotor est constitué d'un cylindre à pans coupés en acier. La coupe transversale de la MSRV d'étude est donnée dans la figure 5.4.

les dimensions géométriques sont données dans le tableau 5.2.

Paramètres		Valeurs	Unités
Rayon exterieur stator	R_c	85	[mm]
Rayon intérieur stator	R_s	45	[mm]
Entrefer	e	0.8	[mm]
Angle du rotor	β	70	[°]
Longeur	L	130	[mm]
Rayon de l'arbre	R_a	20	[mm]

TAB. 5.2 – *Dimensions géométriques de la MSRV*

La machine à réluctance variable étudiée est une machine synchrone. Lorsque le bobinage statorique est alimenté par un système polyphasé de courants, il crée un champs tournant qui entraîne le rotor. Ce dernier démarre d'abord en asynchrone. Il *s'accroche* ensuite au champ tournant, et le régime établi est alors synchrone.

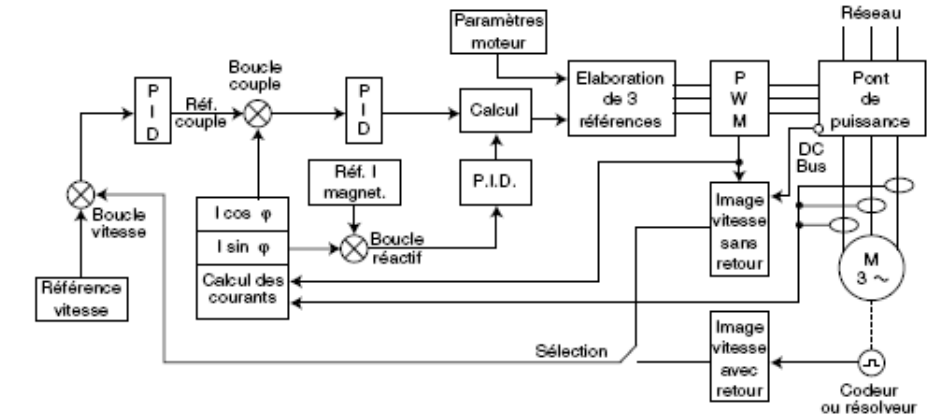

FIG. 5.5 – *Synoptique du variateur de vitesse*

5.2.3 Variateur de vitesse

L'alimentation des machines de test se fait par un variateur de vitesse industriel universel de type UMV 4301, de la société Leroy Sommer. C'est un variateur alternatif destiné à l'alimentation de moteurs asynchrones et de moteurs synchrones. Son schéma synoptique est donné par la figure 5.5.

Ses caractéristiques importantes sont présentées dans le tableau 5.3.

Grandeurs	Valeurs	Unités
Alimentation d'entrée	200-240/380-480	[V]
Fréquence d'entrée	48-62	[Hz]
Puissance utile	45	[kVA]
Intensité nominale permanente	96	[A]
Intensité de surcharge pendant 60s	143	[A]
Fréquence de découpage	3, 4.5, 6, 9	[kHz]
Fréquence de sortie	0-500	[Hz]
Mode de contrôle	boucle ouverte/ boucle fermée	[–]

TAB. 5.3 – *Caractéristiques du variateur de vitesse*

Ce variateur de vitesse peut fonctionner dans différents modes :

- mode de contrôle $\frac{U}{f}$: c'est la commande scalaire la plus courante, elle permet d'appliquer à la machine un système triphasé de tension en gardant le quotient $\frac{U}{f}$ constant. C'est ce mode de contrôle que nous avons utilisé pour nos essais.
- mode de contrôle vectoriel en boucle ouverte ou fermée : Ce mode permet une plus grande précision de contrôle, particulièrement en basses vitesses, ou lors d'une commande en positionnement.

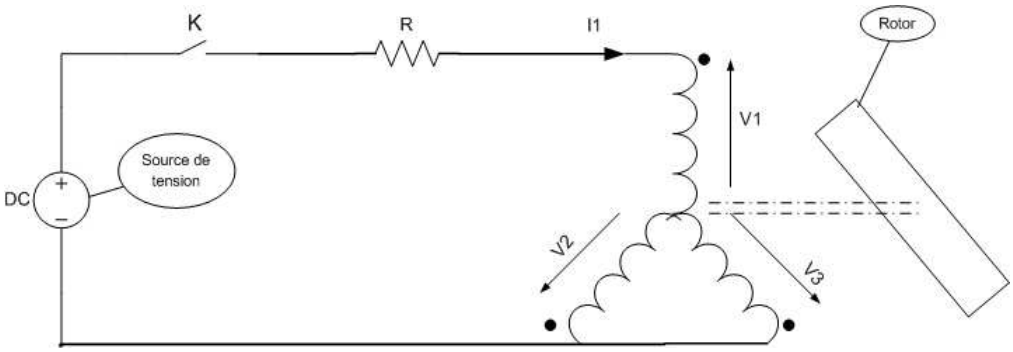

FIG. 5.6 – *Schéma du montage pour la méthode de l'échelon de tension*

5.3 Etude expérimentale

Nous présentons dans les prochains paragraphes, les essais effectués sur la machine synchrone à réluctance variable en vue d'identifier ses caractéristiques et valider le modèle de calcul en éléments finis.

Durant tous les essais, les bobinages statoriques sont couplés de façon à former un système triphasé équilibré.

5.3.1 Inductances

La mesure des inductances est faite par la méthode de l'échelon de tension [60, 74]. Cet essai consiste à appliquer un échelon de tension continue de faible amplitude aux bornes des enroulements statoriques, et à relever l'évolution du courant. On effectue ces mesures pour différentes positions du rotor, selon le montage de la figure 5.6.

Nous avons choisi comme source de tension une batterie 12V, car elle délivre un courant sans harmoniques ce qui n'est pas le cas de source de tension stabilisée. La résistance R permet d'imposer le courant $I_{1\infty}$ au valeurs désirées.

Le mode opératoire est le suivant :

1. on maintient le rotor à une position donnée à l'aide d'un rapporteur placé en bout d'arbre,
2. à l'instant 0, on ferme l'interrupteur K, ce qui impose une position du courant d'alimentation $I_1 = +I, I_2 = -\frac{I}{2}, I_3 = -\frac{I}{2}$,
3. on enregistre le courant et la tension aux bornes d'une phase, on déplace le rotor d'un angle et on recommence à l'étape 1,
4. finalement, l'inductance peut être calculée par :

$$L_1 = \frac{\int_0^\infty V_1 dt - R_s \int_0^\infty I_1 dt}{I_{1\infty}} \tag{5.1}$$

avec

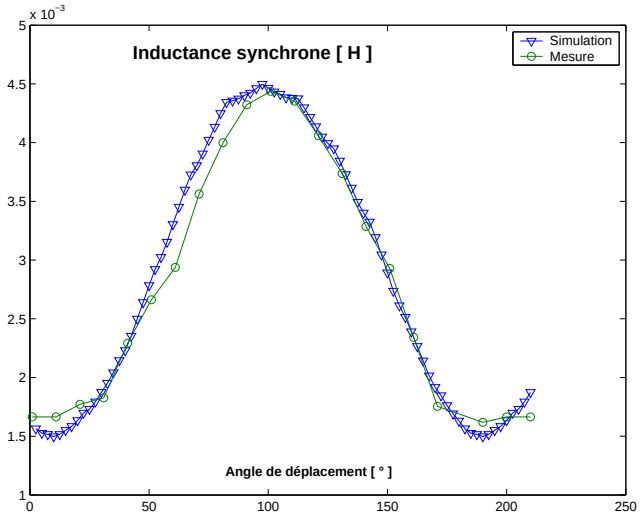

FIG. 5.7 – *Evolution de l'inductance synchrone de la machine*

R_s : résistance de la phase 1 à chaud,
∞ : correspond au régime permanent.

Les conditions de mesure des inductances sont récapitulées dans le tableau 5.4 :

Paramètres	Valeurs
Ω	0tr/min
I_1	$12\sqrt{2}A$
I_2	$-6\sqrt{2}A$
I_3	$-6\sqrt{2}A$

TAB. 5.4 – *condition de mesure des inductances*

La figure 5.7 montre l'évolution de l'inductance mesurée, comparée à celle calculée par éléments finis. Les deux courbes coïncident, et l'on peut relever les valeurs des inductances caractéristiques en conjonction et en opposition :

$$L_d = 4.5\,mH \tag{5.2}$$
$$L_q = 1.5\,mH \tag{5.3}$$

On peut noter que pour cet essai, le courant est faible ($I = \frac{I_n}{3.3}$), car

nous nous intéressons à la mesure de l'inductance en régime linéaire.

5.3.2 Pertes mécaniques

L'objectif de ces mesures est de séparer la contribution des différents types de pertes dans notre machine.

Ces pertes peuvent être classées en quatre types : pertes Joule (P_j), pertes fer (P_f), pertes dans les roulements (P_r), et pertes aérodynamiques (P_a). On peut écrire donc :

$$P_{tot} = P_j + P_f + P_r + P_a \tag{5.4}$$

où P_{tot} regroupe toutes les pertes de la machine $[W]$.

Cette équation peut être réecrite comme suit :

$$P_{tot} - P_r - P_j = P_f + P_a \tag{5.5}$$

Les pertes Joule sont facilement estimés, comme évoqué au paragraphe 3.3.1.1, et s'élèvent en régime nominal à 200W. Les pertes dans les roulements ont été abordées dans le paragraphe 3.3.1.2, et nous rappelons que le constructeur les estime à 2W, à la vitesse nominale de 20 000tr/min.

Il reste donc, à séparer les pertes fer des pertes aérodynamiques.

Comme l'alimentation de la machine se fait par un onduleur industriel en $\frac{U}{f}$, il n'est pas possible d'utiliser la méthode de séparation des pertes, habituellement employée. Nous nous sommes alors intéressés à deux autres méthodes : la mesure directe par séparation des puissances, et l'essai de ralentissement.

Lors de ces essais, la vitesse est obtenue à partir de la f.e.m. aux bornes de la MSAP. En effet, l'interface de mise en forme du signal du capteur de vitesse n'a pas encore été finalisée.

5.3.2.1 Mesure directe par séparation de puissance

Cette méthode se base sur la mesure directe de la puissance absorbée lors de l'essai à vide. On effectue deux essais : un essai à vide où la MSAP entraîne la MSRV, et un essai à vide de la MSAP seule. La puissance est mesurée à l'aide d'un wattmètre numérique triphasé.

a Machines accouplées Les deux machines sont accouplées, et la MSAP fonctionne en moteur et la MSRV en génératrice à vide. Les pertes dans les deux machines sont alors, exprimées comme suit :

$$P_{msap} = P_{j1} + P_{f1} + P_{a1} + P_{aim1} + P_{r1} \quad (5.6)$$
$$P_{msrv} = P_{a2} + P_{r2} \quad (5.7)$$

Si l'on mesure la puissance absorbée par la MSAP, pour chaque vitesse Ω, on a alors :

$$P_{abs1}(\Omega) = P_{j1} + P_{f1} + P_{a1} + P_{aim1} + P_{r1} + P_{a2} + P_{r2} \quad (5.8)$$

avec

P_{j1} : pertes Joule au stator de la MSAP,
P_{f1} : pertes fer au stator de la MSAP,
P_{r1} : pertes dans les roulements de la MSAP,
P_{aim1} : pertes harmoniques dans les aimants,
P_{a1} : pertes aérodynamiques de la MSAP,
P_{r2} : pertes dans les roulements de la MSRV,
P_{a2} : pertes aérodynamiques de la MSRV.

b Machines désaccouplées, MSAP seule Dans ce cas, la machine synchrone à aimants permanents fonctionne à vide et pour chaque vitesse de rotation Ω, elle absorbe la puissance suivante :

$$P_{abs2}(\Omega) = P_{j1} + P_{f1} + P_{a1} + P_{aim1} + P_{r1} \quad (5.9)$$

Il est possible alors, de déduire les pertes mécaniques de la MSRV en fonction de la vitesse par :

$$P_{mécanique}(\Omega) = P_{a2} + P_{r2} = P_{abs1}(\Omega) - P_{abs2}(\Omega) \quad (5.10)$$

Ces pertes mesurées sont présentées dans la figure 5.8.

Nous avons vu que les pertes dans les roulements peuvent être négligées; on déduit aisément alors les pertes aérodynamiques en fonction de la vitesse de rotation présentées dans la figure 5.9.

5.3.2.2 Essai de ralentissement

Cet essai consiste à amener la machine à sa vitesse nominale, puis à couper son alimentation et à mesurer ensuite la vitesse jusqu'à l'arrêt. Comme la mesure de la vitesse de rotation de la MSRV seule n'est pas accessible, deux essais de ralentissement sont nécessaires : un essai avec la MSRV accouplée à la MSAP, et un essai de la MSAP seule.

En effet, lorsque les deux machines sont accouplées, l'évolution de la vitesse lors du ralentissement, est reliée au couple de frottement par l'équation mécanique suivante :

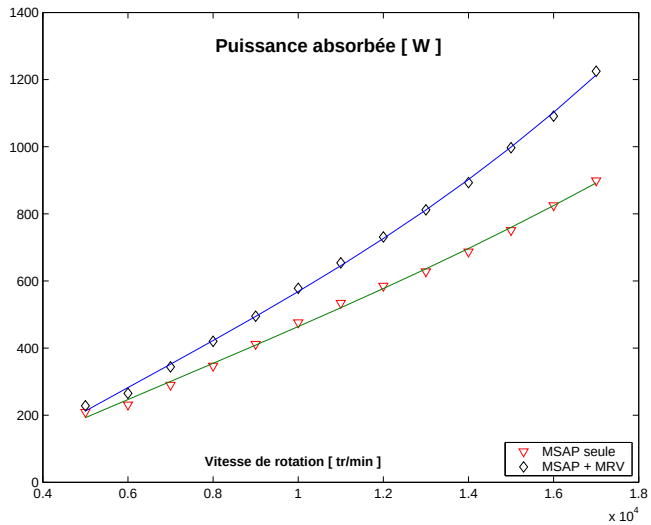

FIG. 5.8 – *Puissance à vide absorbées par la MSRV et la MSRV accouplées d'une part, et par la MSAP seule d'autre part*

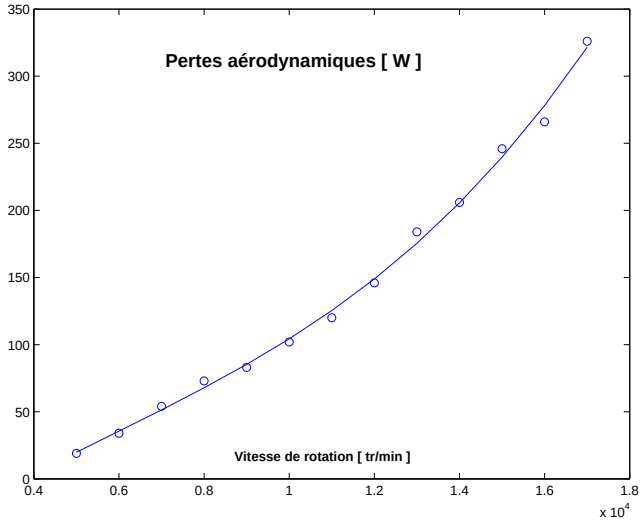

FIG. 5.9 – *Pertes aérodynamiques dans la MSRV*

$$J_{tot}.\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\Gamma_{restot} \tag{5.11}$$

avec

J_{tot} : inertie du rotor de la MSRV, et du rotor de la MSAP $[kg.m^2]$,

Ω : vitesse mécanique du rotor,

Γ_{restot} : couple résistant total $[N.m]$, il inclut toutes les pertes

mécaniques au sein des deux machines, ainsi que les pertes dues aux aimants dans le stator de la MSAP.

D'autre part, le deuxième essai de ralentissement (MSAP seule) permet d'écrire :

$$J_{MSAP}.\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\Gamma_{MSAP} \tag{5.12}$$

avec

J_{MSAP} : inertie du rotor de la MSAP $[kg.m^2]$,
Ω : vitesse mécanique du rotor,
Γ_{MSAP} : couple résistant de la MSAP $[N.m]$.

Ainsi :

$$\Gamma_{MSRV}(\Omega) = \Gamma_{restot}(\Omega) - \Gamma_{MSAP}(\Omega) \tag{5.13}$$

et enfin, les pertes aérodynamiques de la MSRV peuvent être calculées par :

$$P_a = \Gamma_{MSRV}.\Omega \tag{5.14}$$

L'algorithme suivant décrit notre procédure de mesure :

1. Pour différentes vitesses de rotation, la machine synchrone à aimants permanents est entraînée par la MSRV, et on relève la caractéristique à vide la MSAP : $E_v(\Omega)$
2. Les deux machines accouplées, sont amenées à la vitesse désirée. On coupe l'alimentation de la MSAP, et on enregistre la tension à ses bornes,
3. 2ème essai : Les deux machines de test sont désaccouplées. On fait tourner la MSAP à la vitesse désirée, puis on coupe son alimentation, et on enregistre la tension à ses bornes,
4. Après dérivation de la vitesse de rotation, on calcule le couple résistant et par suite les pertes aérodynamiques.

Les résultats de mesures obtenus pour les deux essais sont présentés dans la figure 5.10. Elle montre l'évolution des pertes totales lorsque les deux machines sont accouplées ou non.

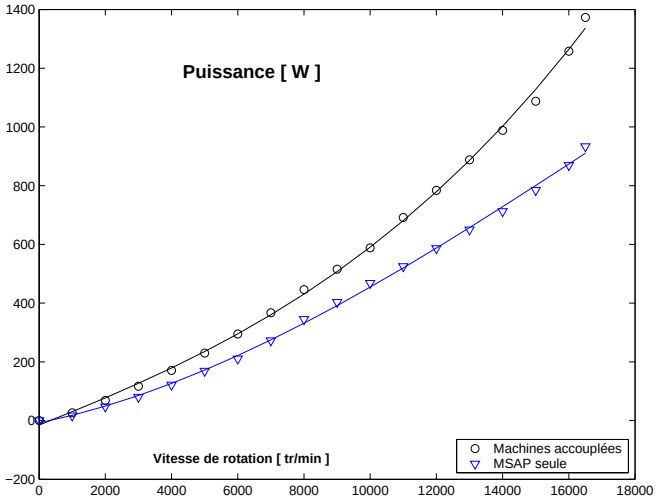

FIG. 5.10 – *Puissances mesurées lors de l'essai de ralentissement*

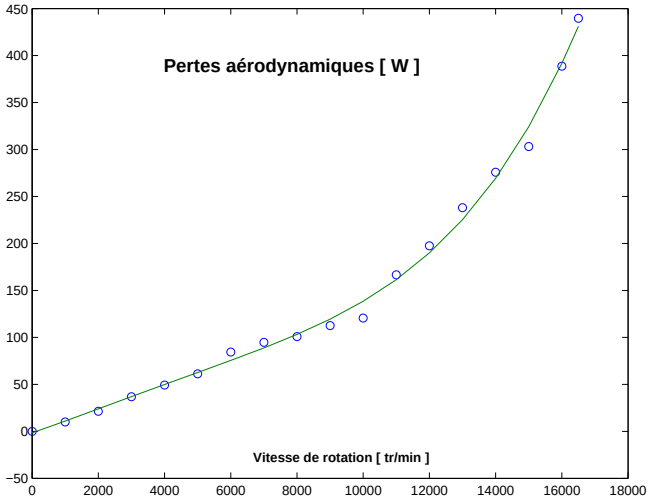

FIG. 5.11 – *Pertes mécaniques mesurées de la MSRV par la méthode du ralentissement*

Les pertes mécaniques dans la MSRV sont déduites par différentiation (figure 5.11).

Nous distinguons une croissance relativement faible des pertes aérodynamiques pour les faibles vitesses. En revanche, cette croissance est plus marquée pour les vitesses de rotation élevées.

La méthode de ralentissement donne des résultats relativement comparables de ceux obtenus par la méthode de séparation de puissances comme le montre la figure 5.12.

L'estimation des pertes mécaniques par la méthode du ralentissement

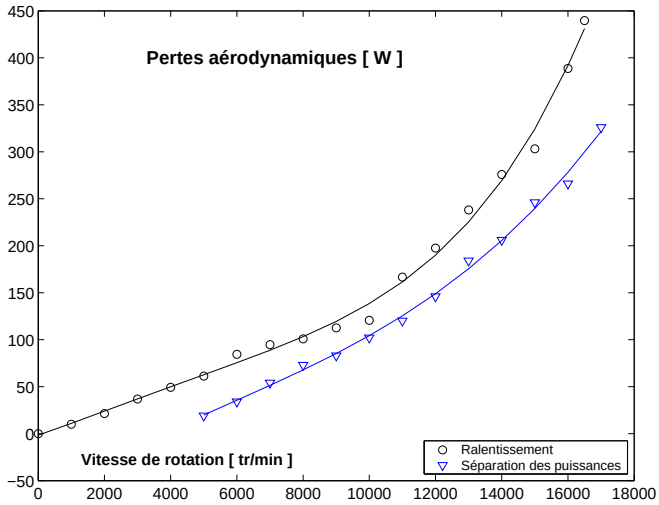

FIG. 5.12 – *Pertes mécaniques mesurées de la MSRV par les deux méthodes*

introduit des erreurs liées au calcul numérique de la dérivée de la vitesse, particulièrement pour les faibles valeurs. Ceci explique l'écart observé entre les deux mesures.

Les pertes aérodynamiques utilisées pour toute notre étude sont celles mesurées par la séparation des puissances.

Remarque :

Cette méthode de mesure requière le calcul du moment d'inertie des différentes machines. Ce calcul est effectué par éléments finis, comme suit :

$$J = \int \rho r^2 dv \tag{5.15}$$

$$J = \sum_{i=1}^{N_r} (x_i^2 + y_i^2).\rho.S_i.L_r \tag{5.16}$$

avec

$x_i, et\ y_i$: abcisse et ordonnée d'un point du maillage du rotor,
S_i : surface du triangle de barycentre (x_i,y_i),
ρ : masse volumique $[\frac{kg}{m^3}]$,
L_r : longueur du rotor,
N_r : nombre de points du maillage appartenant au rotor.

5.3.3 Pertes fer

Les mesures précédents permettent aussi la détermination des pertes fer dans la MSRV.

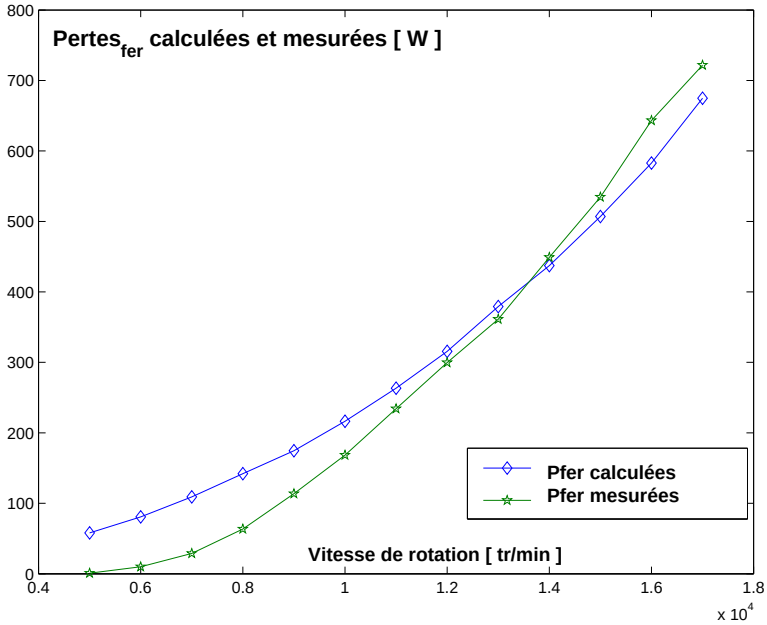

FIG. 5.13 – *Comparaison des pertes fer simulées et expérimentales*

On effectue l'essai à vide de la MSRV seule sous différentes vitesses, et on relève la puissance absorbée P_{abs}. On a alors :

$$P_f = P_{abs} - P_a - P_j - P_r \tag{5.17}$$

avec

P_{abs} : puissance absorbée par la MSRV en essai à vide,
P_j : pertes Joule de la MSRV,
P_f : pertes fer de la MSRV,
P_r : pertes dans les roulements de la MSRV, elles sont négligées,
P_a : pertes aérodynamiques de la MSRV, obtenues par l'essai de séparation des puissances décrit précédemment.

L'allure des pertes fer est présentée dans la figure 5.13, et comparée aux pertes fer déduites par la simulation décrite dans le chapitre 3 (paragraphe 3.3.1.3).

La comparaison montre que le calcul théorique sur-estime les pertes en faibles vitesses, et les sous-estime pour les hautes vitesses de rotation. L'erreur quadratique moyenne est de 46W. Elle est dûe en partie aux hypothèses de calcul des pertes fer, comme le domaine de validation pour les inductions purement sinusoïdales, et pour une partie au modèle simplifié de Steinmetz. En effet, une estimation plus *précise* des pertes fer dans les machines électriques nécessite des modèles complexes comme ceux développés en [54, 51, 19], incluant des modèles de Priesach et tenant compte des dérivées temporelles de l'induction.

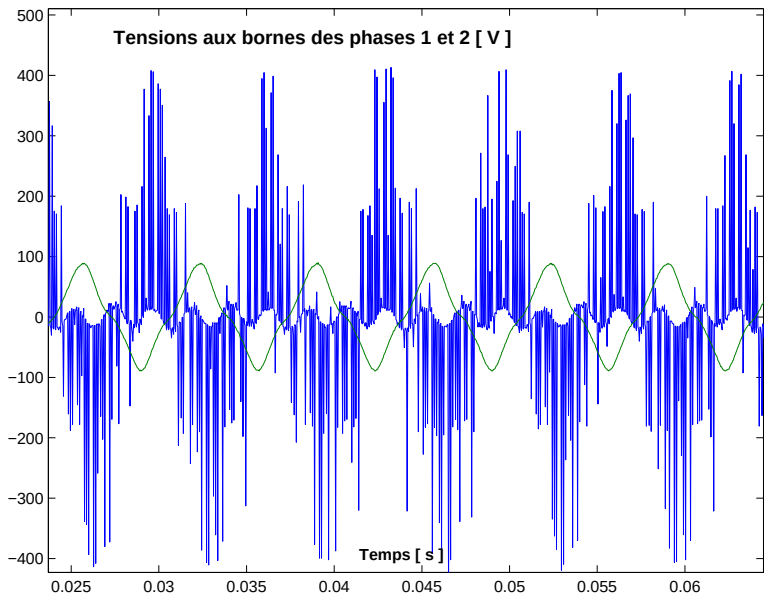

FIG. 5.14 – *Tension aux bornes de deux phases de la machine de test alimentée par le variateur de vitesse; l'une est filtrée à 500Hz et l'autre non*

5.3.4 Alimentation en tension

La tension appliquée à la machine de test est la sortie d'un variateur de vitesse. Cette tension correspond à un découpage en modulation de largeur d'impulsion (MLI) de la tension du bus continu, visible dans l'allure temporelle présentée en figure 5.14. Elle est mesurée pour une vitesse de rotation de 9 000tr/min. Le spectre fréquentiel de cette tension est donné par la figure 5.15. Nous pouvons y distinguer les harmoniques 5, 7, 11 et 13, ainsi que les harmoniques de denture autour de 3600Hz, et les harmoniques de découpage de la MLI autour de 9 000Hz.

L'amplitude du fondamental lors de cet essai est égale à $76\,V = 53.7\sqrt{2}$.

Le courant correspondant mesuré dans une phase est donné par la figure 5.16. Nous observons que pratiquement, seuls les harmoniques de découpage y sont présents.

Nous avons prédéterminé ce courant par simulation par la méthode des éléments finis en pas à pas dans le temps, décrite en chapitre 2, en ne considérant que le fondamental de la tension.

On considère ainsi que la machine est soumise à la source triphasée :

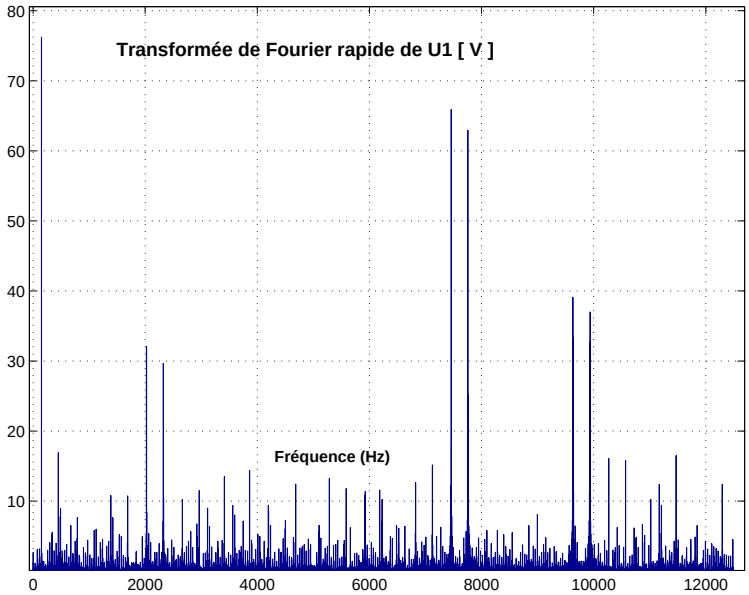

FIG. 5.15 – *Transformée de Fourrier de la tension d'alimentation*

$$V_1 = 53.7\sqrt{2}cos(\omega_s t) \quad (5.18)$$
$$V_2 = 53.7\sqrt{2}cos(\omega_s t - 2\frac{\pi}{3}) \quad (5.19)$$
$$V_3 = 53.7\sqrt{2}cos(\omega_s t - 4\frac{\pi}{3}) \quad (5.20)$$
$$(5.21)$$

Les courants calculés de cette alimentation sont représentés dans la figure 5.16.

Après une période de convergence du modèle en éléments finis, les courants statoriques sont sinusoïdaux de période $6.6\,ms$ (figure 5.16-a). Ils ont une amplitude de $13\sqrt{2} = 18\,A$. La comparaison avec les courants mesurés montre un bonne correspondance; l'erreur maximale commise sur l'amplitude est de 5% (figure 5.16-b).

5.4 Conclusion

Le banc d'essai présenté dans ce chapitre nous a permis de caractériser la MSRV. Nous avons ainsi identifié l'inductance synchrone de la machine en utilisant la méthode de l'échelon de tension. Il nous a surtout permis de déterminer les pertes aérodynamiques et les pertes fer en fonction de la

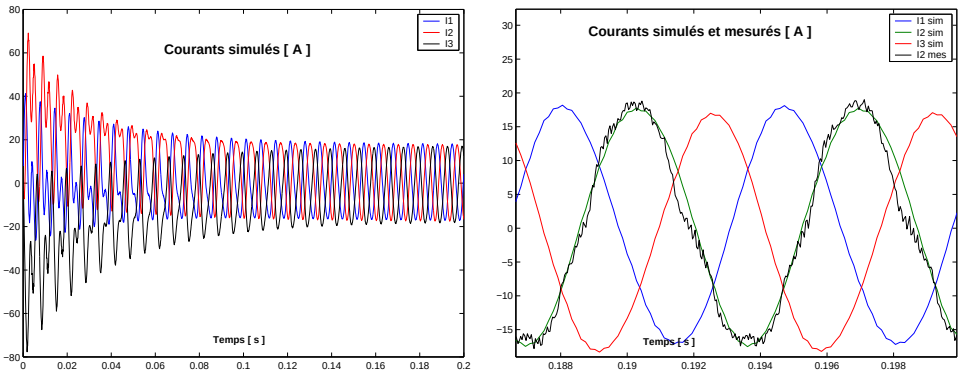

FIG. 5.16 – *Courants simulés et mesurés pour une vitesse de rotation de 9 000tr/min*

vitesse de rotation. Pour cela deux méthodes ont été utilisées : la méthode de séparation des puissances, et la méthode de ralentissement. Ces deux méthodes conduisent à des résultats comparables. Enfin, grâce aux courants et aux tensions mesurés, nous avons pu valider notre modèle en éléments finis d'alimentation en tension.

Conclusion Générale

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la modélisation magnéto-thermique de la machine synchrone à réluctance variable rapide, ainsi qu'à son optimisation vis à vis du matériau du stator.

L'état de l'art nous a permis d'identifier les différentes machines pouvant être utilisées pour la haute vitesse. Nous avons opté pour une machine synchrone à réluctance variable car elle possède un rotor massif de bonne tenue mécanique, ainsi que de faibles pertes au rotor.

Pour étudier cette machine, nous avons développé sous l'environnement Matlab © des modèles électromagnétiques et thermiques basés sur la méthode des éléments finis. Ces modèles ont permis l'évaluation des grandeurs électriques à la fois en régime sinusoïdal et en pas-à-pas dans le temps. Ils nous ont permis aussi de calculer la carte de température de la machine pour différentes conditions de fonctionnement.

Dans le cas d'une machine fermée, nous avons utilisé un modèle conductif classique dans l'entrefer. L'air emprisonné dans la machine a été alors modélisé par un matériau conducteur équivalent. Pour une machine ouverte refroidie par un flux axial dans l'entrefer, l'hypothèse précédente n'est plus valable. Un modèle convectif plus approprié a été alors proposé.

Nous avons développé ensuite une méthodologie d'optimisation afin de comparer les tôles magnétiques et les poudres de fer au stator d'une MSRV rapide. Dans un premier temps, nous avons admis un bobinage et un volume fixés des machines étudiées et une contrainte de température. De plus, nous avons considéré deux variables géométriques et une variable de commande. Les résultats d'optimisation montrent une meilleure performance des poudres de fer en haute vitesse de rotation. Dans un second temps, nous avons rajouté deux contraintes mécaniques, tout en libérant le volume utile de la machine ainsi que la hauteur d'encoche. Les résultats de cette dernière optimisation confirment l'intérêt significatif des poudres de fer en haute vitesse. Ces deux optimisations soulignent cependant une diminution de l'angle d'ouverture du rotor qui le fragilise mécaniquement.

Enfin, nous avons réalisé un banc d'essais comportant deux machines rapides. Les expérimentations effectuées sur ce banc nous ont permis principalement de déterminer l'évolution des pertes aérodynamiques et des pertes

fer en fonction de la vitesse de rotation. Elles ont permis également de valider les modèles électromagnétique et thermique par la mesure des températures et des courants absorbés.

Dans l'ensemble, les résultats théoriques et mesurés sont concordants.

A l'avenir, il serait intéressant de compléter la modélisation de la MSRV, en développant un modèle mécanique de manière à étudier la répartition des contraintes. En effet, comme nous l'avons souligné, une modélisation mécanique précise est indispensable à l'analyse et à l'optimisation des machines rapides. Dans notre cas, l'angle d'ouverture du rotor est un paramètre dominant qu'il faut intégrer dans le modèle mécanique.

Une deuxième orientation de recherche concerne l'étude de l'ensemble convertisseur-machine en vue de minimiser les pertes fer en haute vitesse. Par ailleurs, le bobinage statorique en double étoile fournit des degrés de liberté supplémentaires pour optimiser la commande.

Enfin, une étude théorique et expérimentale plus approfondie est nécessaire pour déterminer de manière plus précise les pertes aérodynamiques et les coefficients d'échange de chaleur dans l'entrefer, ainsi que leurs évolutions en fonction de la vitesse de rotation.

Annexe A

Méthode des éléments finis

Dans le chapitre 2, nous avons énoncé les équations aux dérivées régissant le problème électromagnétique et le problème thermique. Nous allons maintenant nous intéresser aux méthodes de résolution de ces équations. Plusieurs méthodes sont possibles.

Citons tout d'abord, les méthodes analytiques utilisées pour des structures simples [56, 79, 55], où l'entrefer de la machine est généralement développé, et la prise en compte de la saturation, et de la forme réelle des courants inducteurs est simplifiée.

Les méthodes numériques constituent la deuxième famille de méthodes de résolution des équations de Maxwell. Parmi ces méthodes dites aussi *discrètes*, on peut citer la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. La première permet d'élaborer un maillage régulier et une approximation simple des dérivées partielles, mais engendre des erreurs relativement importantes lorsque la structure physique comporte des courbures, ou des différences d'échelle importantes, comme c'est le cas dans une machine électrique. La méthode des éléments finis apporte une solution à ces limitations [3, 17, 18, 56].

A.1 Principe

Le modèle des éléments finis a été développé vers le début des années 40, par le mathématicien Richard Courant (1888 - 1972), qui a décrit l'utilisation des fonctions de base dans la formulation de Ritz. Il a aussi explicité la méthode de calcul en éléments finis à partir de ce principe [21].

Cependant, comme à l'époque, on ne disposait d'aucun moyen pour résoudre des systèmes matriciels d'une telle dimension, il a fallu attendre les années soixante et l'avènement du calcul numérique sur ordinateur pour la remettre au goût du jour. En premier, elle a été appliquée dans le domaine du génie civil, et le génie mécanique pour le calcul des efforts sur les structures.

Ce sont P. Silvester et M.V.K. Chari qui l'ont appliqué dans le domaine du calcul électromagnétique en 1970 [16, 7].

Le principe général consiste en une approximation sur des sous-domaines du problème posé. Le modèle physique décrit dans un espace continu est remplacé par un modèle discret équivalent. Pour cela, on découpe le domaine de résolution en éléments géométriques simples : c'est le maillage. Ensuite, on applique le jeu d'équations à résoudre à chacun de ces éléments. L'assemblage de toutes ces équations sur l'ensemble des éléments conduit à un système d'équations linéaires à résoudre. On détermine alors la solution sur un nombre fini de points dits aussi noeuds. La solution sur tout le domaine s'obtient alors par interpolation.

A.2 Fondement mathématique

Les problèmes électromagnétique et thermique formulés sur un domaine Ω de frontière Γ peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$L(u) = f \quad dans \quad \Omega \tag{A.1}$$

$$M(u) = g \quad sur \quad \Gamma \tag{A.2}$$

avec

L, M : opérateurs différentiels,

f, g : fonctions connus,

u : solution recherchée, le potentiel vecteur dans le cas électromagnétique, et la température pour le problème thermique.

Pour résoudre numériquement ce problème, il faut l'écrire sous une forme intégrale. On l'obtient par la méthode de Galerkine.

En effet, reprenons l'équation à résoudre :

$$-div(\frac{1}{\mu}\vec{grad}(u)) + \sigma\frac{\partial u}{\partial t} = J_0 \tag{A.3}$$

où u est l'inconnue recherchée.

On multiplie cette équation par les fonctions d'approximation N_i, et on applique l'intégrale sur le plan d'étude Ω :

$$-\iint N_i div(\frac{1}{\mu}\vec{grad}(u))d\Omega + \iint N_i\sigma\frac{\partial u}{\partial t}d\Omega = \iint N_i J_0 d\Omega \tag{A.4}$$

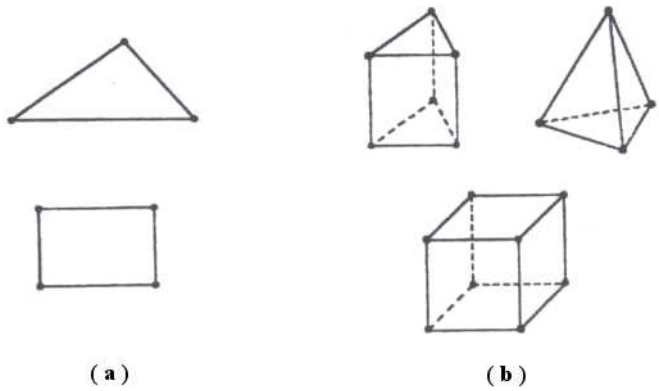

FIG. A.1 – *Eléments de maillage utilisés en 2D et 3D*

Or, on sait que pour tout vecteur $\vec{V}$:

$$N_i div(\vec{V}) = div(N_i\vec{V}) - \vec{grad}(N_i).\vec{V} \tag{A.5}$$

On obtient donc

$$\iint \frac{1}{\mu}\vec{grad}(N_i).\vec{grad}(u))d\Omega + \iint N_i\sigma\frac{\partial u}{\partial t}d\Omega = \iint div(N_i.\frac{1}{\mu}\vec{grad}(u))d\Omega + \iint N_i J_0 d\Omega \tag{A.6}$$

A.3 Discrétisation spatiale

La deuxième étape consiste en une subdivision de l'espace d'étude. En effet, le domaine d'étude est discrétisé en éléments géométriques de forme simple. S'agissant d'une géométrie en deux dimensions (2D), on utilise souvent des triangles ou des quadrilatères (figure A.1-a). En revanche, dans le cas de géométrie en trois dimensions (3D), comme c'est le cas pour l'étude thermique de notre machine, il est d'usage d'utiliser des tétraèdres, des prismes ou des hexaèdres (figure A.1-b).

Dans notre travail, nous utilisons des éléments triangulaires dans le cas 2D, et des éléments tétraédriques dans le cas 3D.

L'hypothèse fondamentale de la méthode des éléments finis consiste en ce que *l'inconnue recherchée dans un élément géométrique* (e) *est approximée par une fonction simple des valeurs de l'inconnue aux noeuds le constituant.* En effet, les valeurs de l'inconnue sont déterminées aux noeuds du maillage,

i.e. aux sommets des éléments, et l'inconnue U est alors décrite dans chaque élément (e) par une combinaison linéaire coordonnées de l'espace :

$$U^e = a^e + b^e x + c^e y \quad \text{en 2D} \tag{A.7}$$
$$U^e = a^e + b^e x + c^e y + d^e z \quad \text{en 3D} \tag{A.8}$$

A partir de cette dernière hypothèse, il est possible d'exprimer l'inconnue U^e comme suit :

$$U^e = \sum_{i=1}^{3\,ou\,4} \left(\alpha_i^e . U_i^e\right) \tag{A.9}$$

avec

U_i^e : valeurs de U au sommet de l'élement (e),

α_i^e : fonctions d'interpolation définies entièrement en fonction des positions géométriques des sommets de l'élément (e), et vérifiant la condition :

$$\forall i = 1,\, 2\, ou\, 3 \qquad U^e(x_i,y_i) = U_i^e \quad \text{en 2D} \tag{A.10}$$
$$\forall i = 1,\, 2,\, 3\, ou\, 4 \qquad U^e(x_i,y_i) = U_i^e \quad \text{en 3D} \tag{A.11}$$

avec

U_i^e : valeur de la solution au noeud i de l'élément (e),

x_i, y_i : coordonnées des sommets de l'élément i.

On remplace u dans l'équation A.6, et on aboutit à un système d'équations linéaires que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\left[\mathbb{K}\right].\left[\mathbb{U}\right] + \left[\mathbb{M}\right].\frac{d\left[\mathbb{U}\right]}{dt} = \left[\mathbb{F}\right] \tag{A.12}$$

avec

$\left[\mathbb{K}\right], \left[\mathbb{M}\right]$: deux matrices carrées de même dimension que le nombre des noeud du maillage N_n,

$\left[\mathbb{F}\right]$: vecteur des sources de même dimension,

$\left[\mathbb{U}\right]$: vecteur des inconnus aux noeuds du maillage.

Annexe B

Poudres de fer

B.1 Intérêt

Les poudres de fer présentent plusieurs avantages d'utilisation en machines électriques par rapport aux tôles magnétiques. Nous pouvons citer quelques uns :

- ◇ A la différence des poudres de fer, où les *chutes* de matériau sont réutilisables, la construction des tôles magnétiques repose dans la plupart des cas, sur la découpe par défonçage, ce qui induit un gaspillage du matériau, et introduit des pressions mécanique dans la structure de la tôle dégradant ainsi ses caractéristiques mécaniques,
- ◇ Les poudres de fer demeurent les matériaux ferromagnétiques les moins chers à l'achat car elles sont principalement constituées de fer *broyé* et recyclé (provenant entre autres des carcasses de voitures), Ce qui constitue un avantage environnemental indéniable,
- ◇ En raison de leurs structures en *matériau composite*, les pertes par courant de Foucault sont extrêmement faibles, sinon nulles,
- ◇ Les poudres de fer permettent de construire un circuit ferromagnétique non orienté et donc compatible avec des machines à flux en 3D, chose impossible avec les traditionnelles tôles magnétiques. De nouveaux types de machines électriques à flux 3D sont donc réalisables,
- ◇ Les niveaux d'induction magnétique des poudres de fer, autrefois faibles, ont été améliorés, et l'on peut atteindre avec les variantes Somaloys500 et Somaloys550 de la société *Höganäs* des niveaux de 1.2-1.3T,
- ◇ Ils sont isotropes magnétiquement, mécaniquement et thermiquement. Ainsi, l'isotropie thermique constitue sans nul doute un atout à exploiter. La bonne conductivité thermique ($20\frac{W}{m.K}$) alliée à un transfert de chaleur tridimensionnet laisse penser que même si les pertes sont significatives elles sont néanmoins mieux réparties et mieux dissipées. Dans ces conditions, on peut envisager de combler la relative faiblesse

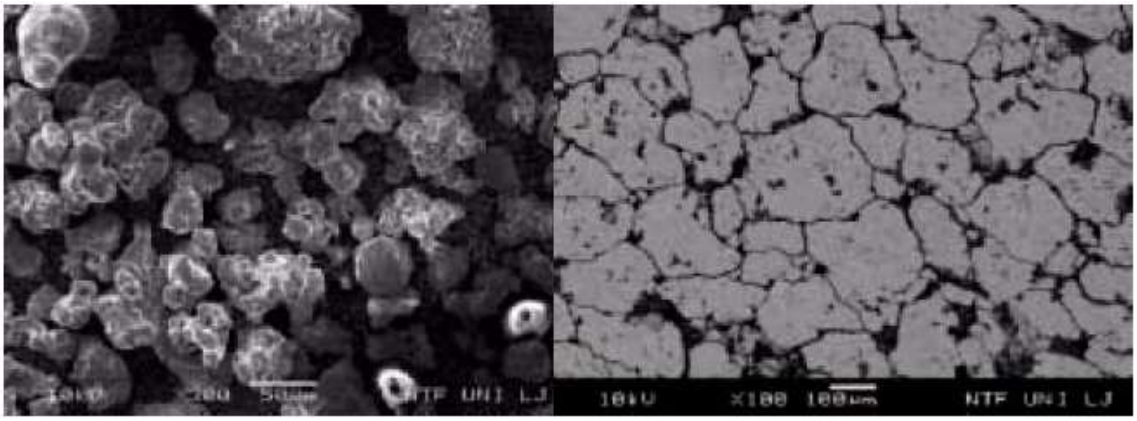

Fig. B.1 – *Schéma d'un matériau poudre de fer [3]*

des niveaux d'induction par une augmentation conséquente de la densité de courant au sein de la structure sans pour autant risquer un échauffement critique.

B.2 Process de fabrication

Les SMC sont développées à partir de fer en fusion à haut degré de pureté que l'on atomise par jets d'eau à haute pression jusqu'à l'obtention de granules micrométriques. Ces granules sont alors successivement séchés, broyés, décarburés, et chauffés.

A ce stade, les granules de dimensions micrométriques sont alors enrobées par un film organique ou non dans une phase de mélange, l'isolation électrique du granule permet de diminuer fortement la conductivité finale des SMC et donc de supprimer les courants induits (figure B.1). Des liants destinés à l'amélioration des performances mécaniques peuvent aussi être ajoutés en phase de mélange avant que les poudres ne soient finalement compressées avec des lubrifiants à chaud ou à froid [3, 34, 25].

Le processus de fabrication des poudres de fer peut se décliner en trois grandes étapes, représentées dans la figure B.2.

1. le mélange des particules fer et des additifs isolants (par exemple Kenolube pour le Somaloy500) ,
2. le compactage des différents éléments à des pressions avoisinant les 800MPa,
3. un traitement thermique à des températures avoisinant les 500°C.

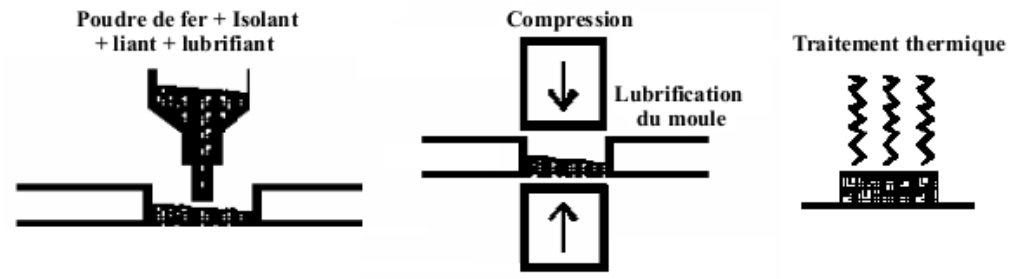

FIG. B.2 – *Processus de fabrication des poudre de fer*

Nous exposons brièvement dans les paragraphes suivants, l'influence du compactage et du traitement thermique sur les performances magnétiques des poudres de fer.

B.2.1 Influence du compactage

Le compactage est une étape clé de la fabrication des poudres de fer, car selon les procédés utilisés : compactage à vitesse constante ou variable, en une ou plusieurs fois, il est possible de favoriser le niveau de saturation ou la diminution des pertes fer (et particulièrement les pertes par courants de Foucault) dans différentes proportions. Le tableau B.1 présente pour différentes forces de compression, la densité du matériau ainsi que ses caractéristiques mécaniques. Plus la force de compression augmente et plus le niveau d'induction est important, et plus, la perméabilité magnétique maximale μ_{max} est améliorée.

Force de compression $[MPa]$	400	600	800
Densité $[\frac{g}{cm^3}]$	6.83	7.20	7.34
Pérméabilité μ_{max}	500	550	550
Induction à $10kA/m$ $[T]$	1.78	2	2.15

TAB. B.1 – *Influence du compactage sur le niveau d'induction (Somaloy550) [3]*

B.2.2 Influence du traitement thermique

Le traitement thermique permet d'éliminer les contraintes mécaniques à l'intérieur du matériau, et d'améliorer aussi le niveau de saturation. Le tableau B.2 permet de faire ressortir ce dernier point. En effet, le traitement thermique à des températures élevées, autour de 500°C, permet d'augmenter significativement la perméabilité maximale.

Traitement thermique	275°C, 60min à l'air	500°C, 30min à l'air
Force de compression $[MPa]$	800	800
Densité $[\frac{g}{cm^3}]$	7.31	7.34
pérméabilité $[\mu_{max}]$	250	550

TAB. B.2 – *Influence du traitement thermique sur la perméabilité maximale (Somaloys550) [3]*

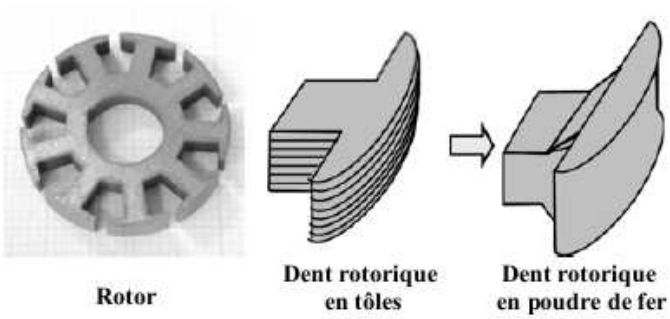

FIG. B.3 – *moteur à rotor en poudre de fer*

B.3 Applications

Les poudres de fer sont essentiellement utilisées pour fabriquer des parties de machines électriques. Elles concernent aussi la fabrication de pièces pour l'industrie automobile, ainsi que dans le domaine de l'électroménager, de l'outilage électrique, et de la reprographie.

La figure B.3 met en évidence un choix de construction possible avec les poudres de fer et qui n'est pas réalisable avec les tôles magnétiques. C'est le rotor d'une pompe destinée au domaine automobile. Contrairement aux tôles de forme 2D, où la largeur de la dent rotorique est fixe, il est possible de fabriquer une dent moins large avec un épanouissement au bout, ce qui permet de construire un moteur de volume moindre, avec autant de coût de matériau en moins [6].

La figure B.4 montre un moteur universel avec un stator en poudre de fer, qui a été conçu et réalisé pour une application d'aspirateur (30 000tr/min, 750W) [6].

Ce moteur présente des performances identiques à celle d'un moteur en tôles magnétiques avec des économies de cuivre intéressantes [43].

Enfin, on peut citer aussi le moteur synchrone à griffe à aimants permanents (500W, 1 800tr/min) développé en [32], qui en raison de sa structure en 3D est difficile à réaliser par des tôles conventionnelles, (voir figure B.5). Un prototype a été construit et des performances comparables aux moteurs conventionnels ont été relevées avec un coût significativement plus faible.

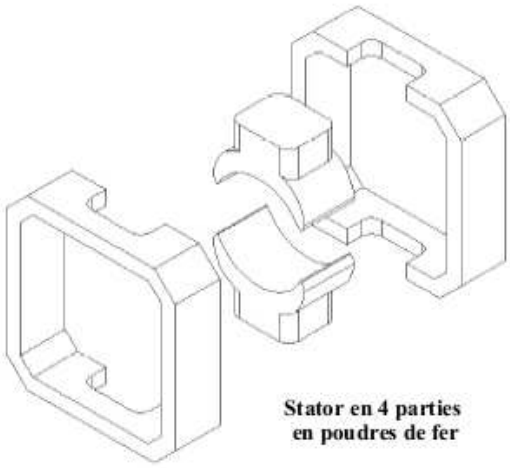

FIG. B.4 – *moteur universel à stator en poudre de fer*

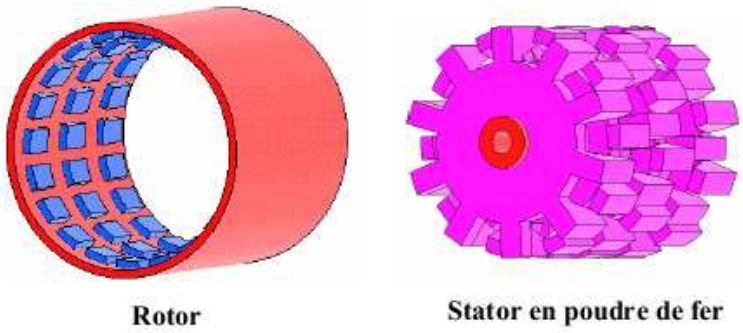

FIG. B.5 – *moteur à griffe à aimants permanents, à stator en poudre de fer*

Annexe C

Validation de l'algorithme génétique sur des fonctions test

Dans cette section, nous nous proposons d'une part, de valider le comportement global de l'algorithme génétique que nous avons développé, et d'autre part de choisir ses réglages internes (méthode de recombinaison, et méthode de mutation). Des fonctions de test standard ont été choisies pour servir de fonctions objectifs.

Dans cette section nous présentons les résultats des simulations obtenues par l'AG avec trois fonctions tests prises dans la littérature [27], et nous comparons deux procédures de recombinaison, et deux procédures de mutation. Les trois fonctions de test employées sont à trois variables.

C.1 Fonction de De Jong

Elle est appelée aussi fonction sphérique. Elle est continue, convexe, et uni-modale, c'est à dire avec un seul minimum. Elle est définie ainsi :

$$f(x_1,x_2,x_3) = \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \tag{C.1}$$

où les x_i sont des variables réelles appartenant à l'intervalle $[-5.12 \ldots 5.12]$.

Le minimum global se situe pour $x_i = 0$ et à pour valeur $f_{min} = 0$.

La figure C.1 montre le tracé de cette fonction.

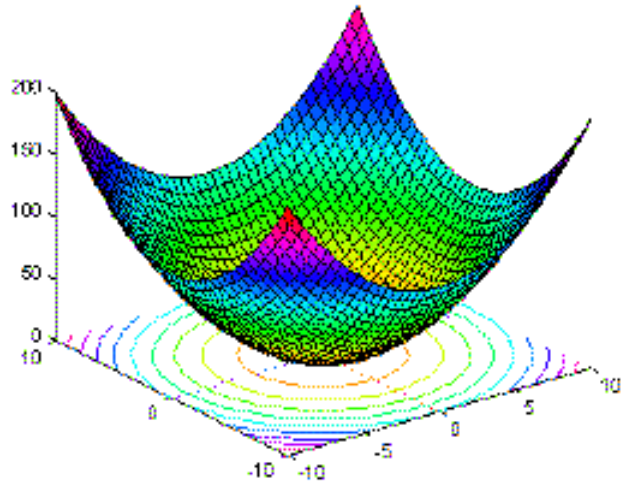

FIG. C.1 – *Tracé de la fonction test de De Jong*

C.2 Fonction de De Jong de deuxième type

Elle est appelée aussi la vallée de Rosenbrock, "Rosenbrock's valley". Le minimum global est à l'intérieur d'une surface parabolique particulière, sous forme de vallée. Les algorithmes d'optimisation réussissent facilement à trouver la vallée mais le minimum global est difficile à trouver. Elle est définie ainsi :

$$f(x_1,x_2,x_3) = \sum_{i=1}^{3} \left(100.(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2 \right) \tag{C.2}$$

où les x_i sont des variables réelles appartenant à l'intervalle $[-2.048 \ldots 2.048]$.

Le minimum global se situe pour $x_i = 1$ et à pour valeur $f_{min} = 0$.
La figure C.2 montre le tracé de cette fonction.

C.3 Fonction de Rastrigin

Elle est basée sur une modulation de fonctions cosinus, et elle possède une multitude de minima locaux. C'est une fonction multimodale. Elle est définie ainsi :

$$f(x_1,x_2,x_3) = 30 + \sum_{i=1}^{3} \left(x_i^2 - 10.cos(2.\pi.x_i) \right) \tag{C.3}$$

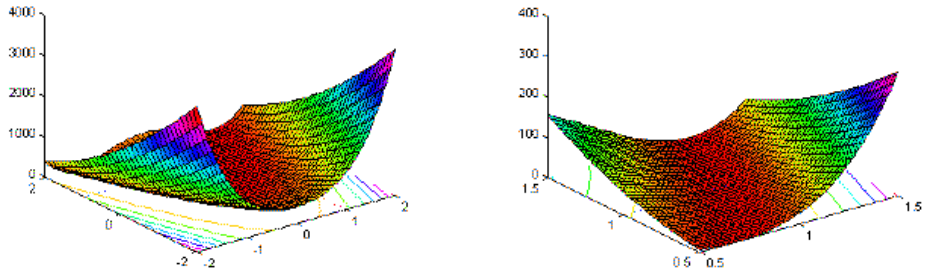

FIG. C.2 – *Tracé de la fonction test de De Jong de deuxième type et un zoom autour du minimum*

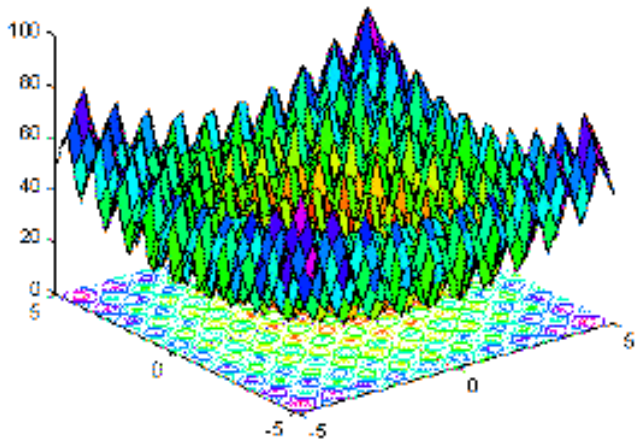

FIG. C.3 – *Tracé de la fonction test de Rastrigin*

où les x_i sont des variables réelles appartenant à l'intervalle $[-5.12 \ldots 5.12]$.

Le minimum global se situe pour $x_i = 0$ et a pour valeur $f_{min} = 0$.

La figure C.3 montre le tracé de cette fonction.

Pour chaque fonction de test, nous présentons la moyenne sur 100 exécutions de la distance du minimum trouvé du minimum global. Pour ces tests, nous considérons les paramètres de l'AG donnés dans le tableau C.1.

Les quatre "sets" de paramètres comparés sont donnés dans le tableau C.2.

Pour la mutation accélérée, nous décuplons la probabilité de mutation

Paramètres	valeurs
Nombre de bits	108
Nombre d'individus	100
Nombre de générations	100
Probabilité de recombinaison	0.8
Probabilité de mutation	0.01

TAB. C.1 – *Paramètres de réglage de l'AG pour les fonctions test*

Sets	Sélection	Recombinaison	Mutation
"Set" 1	roue de fortune	croisement en un point	simple
"Set" 2	roue de fortune	croisement en 8 points	simple
"Set" 3	roue de fortune	croisement en un point	mutation accélérée
"Set" 4	roue de fortune	croisement en 8 points	mutation accélérée

TAB. C.2 – *Les "sets" de paramètres de l'AG à comparer*

toutes les 10 générations. Nous souhaitons ainsi, diversifier régulièrement les gènes des individus afin d'explorer le plus grand espace possible, et de favoriser *une sortie* rapide des minimas locaux.

C.4 Comparaison

Les résultats des ces simulations sont regroupés dans le tableau suivant :

Sets	Ecart à $f1_{min}$	Ecart à $f2_{min}$	Ecart à $f3_{min}$
Set 1	$2.650\,.10^{-7}$	$1.395\,.10^{-3}$	$2.223\,.10^{-4}$
Set 2	$2.331\,.10^{-7}$	$2.660\,.10^{-3}$	$1.426\,.10^{-4}$
Set 3	$8.940\,.10^{-8}$	$2.111\,.10^{-3}$	$4.876\,.10^{-5}$
Set 4	$6.683\,.10^{-7}$	$2.085\,.10^{-3}$	$3.162\,.10^{-1}$

TAB. C.3 – *Résultats de la validation de l'AG sur des fonctions test*

On distingue pour la fonction de test 1, une convergence quasi similaire pour les quatre "sets" de paramètres, avec une légère avance du "set" 3. La fonction de Rosenbrock se révèle relativement difficile pour les 4 sets de test, avec une convergence globale comparable à une erreur autour de 2.10^{-3}. On peut noter aussi la difficulté à converger du set 4 pour la fonction de Rastrigin à multiple minimas. En revanche, et malgré la multitude de minimas de la fonction de Rastrigin, le "set" 3 devance largement les autres "sets". Ainsi, malgré l'apparente logique de l'utilité du croisement en plusieurs points, le "set" 3 avec un croisement en 1 point et une mutation accélérée permet une

convergence plus rapide de l'AG.

C.5 Conclusion

Nous constatons sur les fonctions de test réelles une convergence pour tous les "sets" de paramètres. Cependant, le "set" 3 se distingue par son faible écart par rapport à l'optimum recherché, pour un nombre fixé de générations. C'est donc le set le plus rapide à converger. C'est ce "set" que nous avons considéré pour nos optimisations en chapitre 4.

Annexe D

Caractéristiques des matériaux adoptées pour les modèles thermiques

Nous détaillons ici les différentes caractéristiques des matériaux utilisées.

D.1 Modèle conductif

Les caractéristiques thermiques utilisées sont :

Matériau	Masse volumique ρ $[\frac{kg}{m^3}]$	Conductivité λ $[\frac{W}{m.C}]$	Capacité C_p $[\frac{J}{kg.C}]$
Tôles magnétiques	7897	20	450
Aluminium	2707	180	896
Cuivre	8954	386	383
Isolant	930	0.1	1340
Air	0.78	0.035	1021

TAB. D.1 – *Caractéristiques thermiques des matériaux à 6 000 tr/min*

Les coefficients d'échange thermiques adoptés sont détaillés dans le tableau D.2.

Nous désignons par *air environnant* l'air emprisonné entre les flasques, la carcasse et le stator-rotor, lorsque les trous d'aération sont fermés.

Région	Coefficient	Unité
Carcasse extérieure-Air ambiant	24	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Têtes de bobines-Air environnant	4.5	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Flasques-Air environnant	4.5	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Stator-Air environnant	4.5	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Rotor-Air environnant	4.5	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Entrefer	2	$[\frac{W}{m.C}]$

TAB. D.2 – *Coefficients d'échange convectif à 6 000 tr/min*

D.2 Modèle convectif

Nous gardons dans le modèle convectif les mêmes caractéristiques des matériaux du tableau D.1.

Les coefficients d'échanges sont donnés dans le tableau suivant :

Région	Coefficient	Unité
Carcasse extérieure-Air ambiant	24	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Stator-Entrefer	$5.5z^{-\frac{1}{3}}$, 47.9 / $2.2z^{-\frac{1}{3}}$, 117.8	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Rotor-Entrefer	$5.5z^{-\frac{1}{3}}$, 47.9 / $2.2z^{-\frac{1}{3}}$, 117.8	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Têtes de bobines-Air	20	$[\frac{W}{m^2.C}]$
Flasques-Air	20	$[\frac{W}{m^2.C}]$

TAB. D.3 – *Coefficients d'échange à 12 000 tr/min*

où z est l'abcisse du point considéré de l'entrefer.

Bibliographie

[1] O. AGLEN. Back to back tests of a high-speed generator. *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC*, June 2003. Wisconsin, USA.

[2] P.-L. ALGER. Induction machines. Gordon and Breach, 2e édition, 1970.

[3] Y. ALHASSOUN. *Etude et mise en oeuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, Mai 2005.

[4] Matti ANTILA. *Electromechanical proprieties of radial active magnetic bearings*. Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Helsinki, Finlande, Novembre 1998.

[5] Antero ARKKIO. *Analysis of Induction Motors Based on the Numerical Solution of the Magnetic Field and Circuit Equations*. Thèse de doctorat, Université technique de Helsinki, Finlande, Décembre 1987.

[6] Kazuo ASAKA and Chio ISHIHARA. Technical trends in soft magnetic parts and materials. Hitachi powdered metals, Technical report N:4, http://www.hitachi-pm.co.jp/english/seihin/tec-report/2005/pdf/tec2005-e-03.pdf, 2005. visité le 25 Aout 2006.

[7] Fouad AZZOUZ. *Contribution à la modélisation des tôles ferromagnétiques par impédance de surface et éléments finis : application au calcul des puissances du chauffage par induction*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, Décembre 2000.

[8] S. BADRAWY. Dynamic modelling and analysis of motorized milling spindle for optimizing the spindle cutting performance. http://www.nanotechsys.com/images/PDFs/DynamicModelingandAnalysis.PDF. visité le 15 Décembre 2006.

[9] B.H. BAE, S.K. SUL, J.H. KWON, and J.S. BYEON. Implementation of sensorless vector control for super high speed PMSM of turbo-compressor. *Transactions on industry applications*, 39(3):811–818, 2003.

[10] K.M. BECKER and J. KAYE. Measurement of adiabatic flow in an annulus with an inner rotating cylinder. *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, 84:97–105, 1962.

[11] Yves BERTIN. Refroidissement des machines électriques tournantes. *Techniques de l'ingénieur*, Mai 1999. D3460.

[12] Yves BERTIN, E. VIDECOQ, S. THIEBLIN, and D. PETIT. Thermal behavior of an electrical motor through a reduced model. *IEEE, Transactions on Energy Conversion*, 15(2):129–134, Mars 2000.

[13] Giorgio BERTOTTI. General properties of power losses in soft ferromagnetic material. *IEEE, Transactions on Magnetics*, 24(1):621–630, 1988.

[14] M.T. CAPRIO, V. LELOS, and J.D. HERBST. Design and stress analysis of a high speed rotor for an advanced induction motor. Electric Machine Technology Symposium (EMTS), Philadelphia, Etats unis, Janvier 2004.

[15] M. CHABANE. *Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et l'optimisation de machines asynchrones à rotor massif.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine, I.N.P.L., Juillet 1989.

[16] M.V.K. CHARI and P.P. SILVESTER. Analysis of turbo alternator magnetic fields by finite element. *Transactions on power apparatus and systems*, 90:454–464, Mars/Avril 1971.

[17] Eric CHAUVEAU. *Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques : Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones.* Thèse de doctorat, Université de Nantes, Novembre 2001.

[18] Sufyan CHEKOU. *Etude et expérimentation d'une machine synchrone rapide à réluctance variable.* Thèse de doctorat, CNAM, Univeristé Paris VI, Paris, Février 1996.

[19] T. CHEVALIER, A. KEDOUS-LEBOUC, B. CORNUT, and C. CESTER. Estimation of magnetic loss in an induction motor fed with sinusoidal supply using a finite element software and a new approach to dynamic hysteresis. *IEEE, Transactions on Magnetics*, 35(5):3400–3402, 1999.

[20] A. CHIBA and T. FUKAO. Super high speed electrical machines. *KIEE Spring Annual Conference*, Septembre 2001. Tokyo, Japan.

[21] Richard COURANT. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 49:1–23, 1943.

[22] A. C. DAY, M. STRASIK, K. E. McCRARY, P. E. JONHSON, J. W. GABRYS, J. R. SCHINDLER, R. A. HAWKINS, D. L. CARLSON, M. D. HIGGINS, and J. R. HULL. Design and testing of the HTS bearing for a 10 kwh flywheel system. *Superconductor and Science and Technology*, 15:838–841, 2002.

[23] Hongwei DING. *Une approche d'optimisation basée sur la simulation pour la conception des chaînes logistiques : applications dans les*

industries automobile et textile. Thèse de doctorat, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz, Octobre 2004.

[24] Johan DRIESEN. *Coupled electromagnetic thermal problems in electrical energy transducers*. Thèse de doctorat, Université catholique de Louvain, Belgique, Mai 2000.

[25] M. R. DUBOIS, L.-P. LEFEBVRE, and E. DUSABLON P. LEMIEUX. Compaction of SMC powders for high saturation flux density. *International Conference on Electrical Machines, ICEM*, September 2004. Krakow, Poland.

[26] J. ENON and B. LAPORTE. Moteurs rapides. *Journées électrotechniques du Club EEA*, Mars 1993.

[27] Albert FOGGIA. Méthodes de calcul des inductances de fuites. *Techniques de l'ingénieur*, Février 1999. D 3440.

[28] T. FUKAO, A. CHIBA, and M.MATSUI. Test results on a super high speed amorphous iron reluctance motor. *IEEE, Transactions on industry applications*, 25(1):119–125, Janvier/Février 1989.

[29] J.F. GIERAS. Design of a high speed permanent magnet brushless generator for microturbines. *International Conference on Electrical Machines ICEM*, Septembre 2004. Cracovie, Pologne.

[30] R. GLISES, A. MIRAOUI, and J. M. KAUFFMANN. Thermal modelling for an induction motor. *Journal de physique III*, 2:1849–1859, 1993.

[31] Guy GRELLET. Pertes dans les machines tournantes. *Techniques de l'ingénieur*, 1989. D3450.

[32] Y.G. GUO, J.G. ZHU, and W. WU. Design and analysis of electric motors with soft magnetic composite core. *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics*, 15(1):93–99, 2004. Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics.

[33] Jorma HAATAJA. *A comparative performance study of four pole induction motor and synchronous reluctance motor in variable speed drives*. Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Lappeenranta, Finlande, Juin 2003.

[34] C. HENAUX, E. DUHAYON, Y. ALHASSOUN, and B. NOGARDE. Enjeu des matériaux magnétiques composites pour les machines électriques du futur. *Revue de l'Électricité et de l'Électronique*, 9, 2003. Dossier : Les matériaux en génie électrique.

[35] L. HERTEL and W. HOFFMAN. Theory and test results on a high speed bearingless reluctance. *Proceedings of International Conference on Power Conversion and Intelligent Motion*, pages 143–147, 1999. Nuremberg, Germany.

[36] M. HIPPNER and R.G. HARLEY. Looking for an optimal rotor for high speed permanent magnet synchronous machine. *Industry Applications Society Annual Meeting*, 1:265–270, 1992.

[37] Historique. Historique de quebec metal powder. http://www.qmp-powders.com/francais/FS-qmp-main.html, 2003. visité le 25 Aout 2006.

[38] H. HOFFMAN and S.R. SANDERS. Synchronous reluctance motor/alternator for flywheel energy storage systems. *Power Electronics in Transportation*, pages 199– 206, Octobre 1996.

[39] H. HOFFMANN and S.R. SANDERS. High speed synchronous reluctance machine with minimized rotor losses. *Transactions on industry applications*, 36(2):531–539, Mars/Avril 2000.

[40] John H. HOLLAND. Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. The MIT Press; Reprint edition, Avril 1992.

[41] M. HOLUB, R. PALKA, and W.R. CANDERS. Control of switched reluctance machines for flywheel energy storage applications. *International Conference on Electrical Machines*, September 2004. Kracow, Poland.

[42] I.J. IGLESIAS, L. GARCIAS-TABARES, M. LAFOZ, J. CALERO, S. PORTILLO, I. CRUZ, F. TORAL, and P. ABRAMIAN. A flywheel switched reluctance motor drive for wind energy applications. *International Conference on Electrical Machines ICEM*, Aout 2002. Bruges, Belgique.

[43] A. JACK, B. MECROW, P. DICKINSON, P. JANSSON, and L. HULTMAN. Design and testing of a universal motor using a soft magnetic composite stator. *Record of 2000 IEEE Industry Applications Conference*, 1:46–50, 2000.

[44] T. JOKINEN and A. ARKKIO. High-speed ac motors. *Finnish Workshop on Power and Industrial Electronics*, pages 11–15, Aout 1997. Espoo, Finland.

[45] S. M. KIM and S. K. LEE. Prediction of thermo-elastic behaviour in a spindle-bearing system considering bearing surroundings. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(6):809–831, 2001.

[46] Jussi LAHTEENMAKI. *Design and voltage supply of high-speed induction machines*. Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Helsinki, Finlande, Novembre 2002.

[47] M.I. LAMGHARI-JAMAL, J. FOULADGAR, M.E. ZAIM, and D. TRICHET. A magneto-thermal study of a high speed synchronous reluctance machine. *IEEE, Transactions on Magnetics*, 42(4):1271–1274, 2006.

[48] M.I. LAMGHARI-JAMAL, L. MOREAU, M.E. ZAIM, and J. FOULADGAR. High speed synchronous reluctance machine optimization : Laminated and iron powder armature comparison. *International Conference on Electrical Machines ICEM*, September 2004. Kracow, Poland.

[49] Erkki LANTTO. *Robust control of magnetic bearings in subcritical machines.* Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Helsinki, Finlande, Février 1999.

[50] R. LARSONNEUR. A high speed rotor in active magnetic bearings. *Third international conference on Rotor dynamics*, pages 509–514, Septembre 1990. Lyon, France.

[51] A. LEBOUC, F. ALVES, J. CHABRERIE, J. MASSON, B. CORNUT, M. RAULET, B. BEN ABDALLAH, A. BENCHABI, and T. CHEVALIER. Modélisation des pertes et du cycle d'hystérésis dynamique des tôles. *Revue internationale du génie électrique*, 5(2):383–392, 2002.

[52] Philippe LIEUTAUD. *Etude d'un générateur électrique à grande vitesse de rotation.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, Décembre 1991.

[53] Joachim LINDSTROM. *Thermal model of a permanent magnet motor for a hybrid electric vehicle.* Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Chalmers, Suède, Avril 1999.

[54] Alban MARINO. *Caractérisation et modélisation des pertes magnétiques d'une machine asynchrone instrumentée fonctionnant en charge.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, Septembre 2003.

[55] Farid MEIBODY-TABAR. *Etude d'une machine synchrone à réluctance variable pour des applications à grande vitesse.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine, Novembre 1986.

[56] Jean-Charles MERCIER. *Contribution à l'étude par éléments finis du comportement électromagnétique des machines asynchrones rapides.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine I.N.P.L., Septembre 1993.

[57] Luc MOREAU, M.I. LAMGHARI-JAMAL, M. MACHMOUM, and M.E. ZAIM. Design of a low speed switched reluctance variable machine for wind turbine application. *International Conference on Electrical Machines ICEM*, September 2004. Kracow, Poland.

[58] H. OULD-YAHYA. *Contribution à l'étude des pertes par frottement dans l'entrefer d'un moteur électrique.* Thèse de doctorat, Centre d'études aérodynamiques et thermiques, Université de Poitiers, Décembre 1987.

[59] M.N. OZISIK. Heat transfer, a basic approach. Editions Mc Graw-Hill, 1985.

[60] K. PAWLUK. Méthode statique de mesure des constantes de temps et des réactances d'une machine synchrone. *Revue générale d'électricité*, 71(6):303–312, 1973.

[61] K.O. PETROSJANC and P.P MALTCEV. Mixed electrical-thermal and electrical-mechanical simulation of electromechanic systems using

pspice. *Proceedings of the Conference on European design automation*, pages 110–115, September 1994. Grenoble, France.

[62] R.H. PRY and C.P. BEAN. Calculation of energy losses in magnetic sheet material using a domain model. *Journal of applied Physics*, 3:532–533, 1958.

[63] J. C. RAMA and A. GIESECKE. High speed electric drives : Technology and opportunity. *IAS Petroleum and Chemical Industry Conference*, 1995. San Antonio, USA.

[64] E. RICHTER. Switched reluctance machines for high performance operations in a harsh environment- a review paper. *International Conference on Electrical Machines, ICEM*, 1:18–24, 1990. Massachusetts, USA.

[65] Daniel ROYE. *Modélisation thermique des machines électriques tournantes : Application à la machine à induction.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 1983.

[66] Juha SAARI. *Thermal analysis of high-speed induction machines.* Thèse de doctorat en technologie, Université technique de Helsinki, Finlande, Novembre 1998.

[67] G. SCHWEITZER. Active magnetic bearings-chances and limitations. *Proceedings of the 6th International IFToMM Conference on Rotor Dynamics*, pages 1–14, 2002. Sydney, Australia.

[68] M. SEVAUX and K. SORENSEN. A genetic algorithm for robust schedules in a just-in-time environment with ready times and due dates. *Quarterly journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies*, 2(2):129–147, 2004.

[69] Yahya NAIT SRIR. Pertes fer dans les machines rapides : Application à la machine synchrone à réluctance variable. Rapport de DEA, effectué à l'IREENA, 2002.

[70] H. TABATA and M. SANO. Study of high efficiency turbocompressor : Development of high-speed and high-pressure dry-gas-seal. *IHI Ingeneering review*, 38(1), Février 2005.

[71] I. TAKAHASHI, T. KOGANEZAWA, G. SU, and K. OHYAMA. A super high speed PM motor drive system by a quasi-current source inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30(3):683–690, Mai/Juin 1994.

[72] Didier TRICHET. *Contribution à la modélisation, la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites conducteurs.* Thèse de doctorat, Ecole polytechnique de l'université de Nantes, Janvier 2000.

[73] P. TSAO, M. SENESKY, and S. SANDERS. A synchronous homopolar machine for high speed applications. *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 2002. Pittsburgh, USA.

[74] Abolfazl VAHEDI, F. MEIBODY TABAR, F. M. SARGOS, and E. H. ZAIM. On the modelling of saturated synchro-reluctant machines considering cross magnetization effect. *Electrimacs*, 1996. St Nazaire, France.

[75] F. VIAGGIANO and G. SCHWEITZER. Active magnetic support and design of high speed rotors for powerful electric drives. *Third international symposium on magnetic bearings*, pages 549–558, Juillet 1992.

[76] R. VIVES-FOS. *Etude d'électrobroche à réluctance variable pour l'usinage à très grande vitesse.* Thèse de doctorat, CNAM, Paris, Mai 1993.

[77] J.E. VRANCIK. Prediction for windage power loss in alternators. Nasa technical note, D-4849, October 1968. Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, USA.

[78] A. WIART, G. CAUSSIN, and A. MARCHENOIR. Machine homopolaire alimentée par onduleur de courant pour entraînement de grande puissance à grande vitesse. *Revue générale d'électricité*, 10:666–672, Octobre 1984.

[79] M.E. ZAIM. *Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor massif rainuré.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine, Juin 1979.

[80] M.E. ZAIM. Non-linear models for the design of solid rotor induction machines. *Transactions on Magnetics*, 35(3):1310–1313, Mai 1999.

[81] M.E. Zaïm, H. Ben Ahmed, N. Bernard, M. Gabsi, N. Takorabet, M.I. Lamghari-Jamal, and F. Boumendil. Machines électriques haute vitesse : analyse topologique et limites de faisabilité. *Electrotechnique du futur*, Décembre 2003. Paris, France.

Résumé :

Dans de nombreuses applications industrielles (usinage mécanique, tréfileries, soufflantes rapides, ultracentrifugation, ...), on recherche un entraînement à vitesse de rotation dépassant les 10 000 tr/min. Ces machines alimentées à hautes fréquences, cumulent des difficultés d'ordre électromagnétique, mécanique et thermique. Les matériaux mis en oeuvre doivent en effet offrir une bonne résistance aux forces centrifuges, ainsi qu'aux échauffements considérablement augmentés par rapport aux machines conventionnelles.

Le travail présenté concerne la modélisation magnéto-thermique par éléments finis, d'une machine synchrone à réluctance variable rapide (MSRV). La modélisation thermique, couplée aux essais expérimentaux, a permis la détermination des différents coefficients d'échange. Deux modèles de l'entrefer sont proposés : un modèle convectif classique valable pour les machines fermés et les faibles vitesses, et un modèle convectif qui tient compte de l'échange avec l'extérieur pour les hautes vitesses. Nous proposons ensuite une optimisation de la géométrie et de la commande de la machine, pour différentes vitesses de rotation, en vue de comparer les tôles magnétiques et les poudres de fer au stator.

Un banc expérimental de 20kW, 20 000tr/min comportant deux machines rapides a été mis en oeuvre. Il a permis la validation des différents outils théoriques développés.

Mots clés :

Machines électriques, Machine synchrone à réluctance variable, Haute vitesse de rotation, Modèle magnéto-thermique, Eléments finis nodaux 2D/3D, Optimisation, Algorithmes génétiques.

Abstract :

High speed electrical machines (over 10 000rpm) are needed in many industrial applications as in high-speed machining, wiredrawing plant, centrifuge, ...

Due to their high frequency harmonics, these motors accumulate magnetic, mechanical, and thermal difficulties. The used materials must withstand higher centrifugal forces, and higher heating than for classic motors.

The submitted study concerns a finite element magneto-thermal model of a synchronous reluctance machine (SRM). The thermal model coupled to experimental tests was used to determine heat exchange coefficients. Two models of air gap were developped : a classic conductive model was used for a closed machine at relativly conventional speed, and a second model describing the convective exchanges was also used for an open machine at high speed. Moreover, we elaborate an optimisation of the design and the control of the machine, for different speeds, in order to compare steel sheets and iron powders in the stator.

An experimental set of 20kW, 20 000rpm is realised, to validate the theoretical tools developped.

Key words :

Electrical machines, Synchronous reluctance machine, High speed, Magneto-Thermal model, 2D/3D Finite element, Optimization, Genetic algorithms.